CURSO EXTENSIVO

PROVA EEAR 2024.2

MATEMÁTICA

Gabarito Comentado

Prof. Ismael Santos

Estratégia Militares

estrategiamilitares.com.br militares.estrategia.com

Sumário

1.0 – Introdução

Olá, querido(a) aluno(a)!

Eu sou o Ismael Santos, coordenador e professor de matemática do Estratégia Militares. A seguir, faço algumas considerações sobre a prova da EEAR 2024.2. Vamos nessa?

Esta prova da EEAR conseguiu distribuir bem os conteúdos do edital, dando mais ênfase, como de costume, à Geometria e Trigonometria. A prova veio em um nível interessante, apresentando algumas questões com textos mais longos que o normal.

Destaco uma possível anulação para a questão de número 67, do código 16. Essa questão não apresenta alternativa correta.

A seguir, apresento a resolução de cada uma das questões, adaptando a questão 67 para que possua um gabarito correto.

Sem mais, vamos ao que interessa!

"O segredo do sucesso é a constância no objetivo"

2.0 – Comentários

1. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 6x + c$. Então, o menor valor inteiro de c para que a função f assuma valores positivos para todo x real é $c =$ ________.

a) -20

b) -10

c) 10

d) 5

Comentários:

Sabemos que f tem concavidade voltada para cima. Dessa forma, para ela assumir valores positivos em todo seu domínio, precisamos fazer com que não haja contato com o eixo x, ou seja, com que f não apresente raízes reais. Assim, temos $\Delta < 0$. Vamos às contas:

$$\Delta < 0 \Longrightarrow b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c < 0$$
$$36 - 4c < 0 \Leftrightarrow 4c > 36$$
$$\therefore c > 9.$$

Como $c > 9$, o menor valor inteiro que essa constante pode assumir é 10.

Gabarito: C

---

2. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Para que o ponto $A(3,1)$ seja externo à circunferência λ de equação $x^2 + y^2 + 6x - 8y + m = 0$, m deve ser um número real pertencente ao intervalo __________.

a) $]-20,25[$

b) $]-25,30[$

c) $]16,30[$

d) $]12,29[$

Comentários:

Melhorando a equação da circunferência, temos:

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y + m = 0$$
$$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 8y + 16) = 9 + 16 - m$$
$$\therefore \underbrace{(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25 - m}_{eq\ reduzida}$$

Lembre-se do formado da equação reduzida, assim,

$$r^2 = 25 - m > 0$$
$$\therefore m < 25.$$

Ainda, lembre-se que o ponto $A(3,1)$ é exterior a essa circunferência, assim, quando o substituímos na sua equação, temos

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25 - m \Longrightarrow (3+3)^2 + (1-4)^2 > 25 - m$$
$$6^2 + 3^2 > 25 - m \Leftrightarrow 36 + 9 > 25 - m$$
$$45 > 25 - m$$
$$\therefore m > \ \ -20.$$

Finalmente, chegamos a

$$m \in]-20,25[.$$

Gabarito: A

---

3. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Os pontos $A(0,0)$, $B(2,4)$ e $C(7,2)$ são os vértices de um triângulo, no plano cartesiano. Assim, a distância do baricentro do triângulo até o eixo y é __________ unidades de comprimento.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

Comentários:

A distância de um ponto ao eixo y é a sua projeção no eixo x, assim,

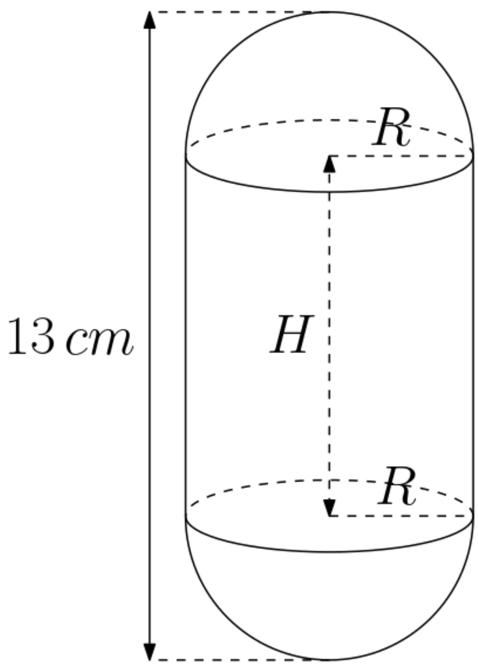
$$G = \frac{A+B+C}{3} \Leftrightarrow G = \left(\frac{0+2+7}{3}, \frac{0+4+2}{4}\right)$$
$$\therefore G = (3,2)$$

Finalmente, a distância é igual ao valor de sua abscissa, ou seja, 3 u.c.

Gabarito: B

---

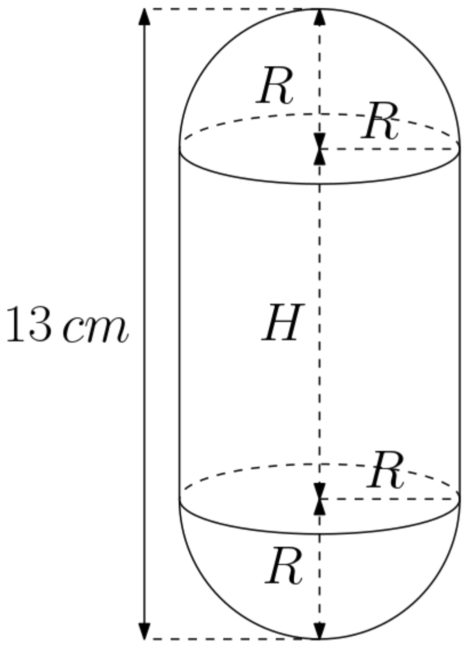
4. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Um objeto metálico maciço é formado por um cilindro circular reto, de raio da base medindo $R\ cm$, conforme a figura dada. Se o objeto tem $13\ cm$ de comprimento e $78\pi\ cm^2$ de área total, então o valor de H é_______ cm.



a) 4
b) 5
c) 6
d) 7

Comentários:

Perceba que temos duas incógnitas (H e R), então, precisamos encontrar, provavelmente, duas equações e montar um sistema 2×2. Observe a figura abaixo.



Perceba que ao ligarmos do centro das semiesferas às extremidades desse sólido, temos que essas distâncias têm medida R. Assim, chegamos a nossa primeira equação:

$$H + 2R = 13.$$

Utilizando a segunda informação do enunciado, temos que a área total é igual a $78\pi\ cm^2$, assim,

$$\frac{4\pi R^2}{2}+\frac{4\pi R^2}{2}+2\pi rH=78\pi \Leftrightarrow \frac{4R^2}{2}+\frac{4R^2}{2}+2rH=78$$
$$\therefore 4R^2+2RH=78$$

E chegamos a nossa segunda equação. Da primeira, sabemos que $2R=13-H$, dessa maneira, substituindo na segunda,

$$4R^2+2RH=78 \Leftrightarrow (2R)^2+(2R)H=78$$
$$(13-H)^2+(13-H)H=78$$
$$13^2-2\cdot 13\cdot H+H^2+13H-H^2=78$$
$$169-26H+13H=78\ (\div 13)$$
$$13-2H+H=6 \Leftrightarrow 13-6=2H-H=H$$
$$\therefore H=7.$$

Gabarito: D

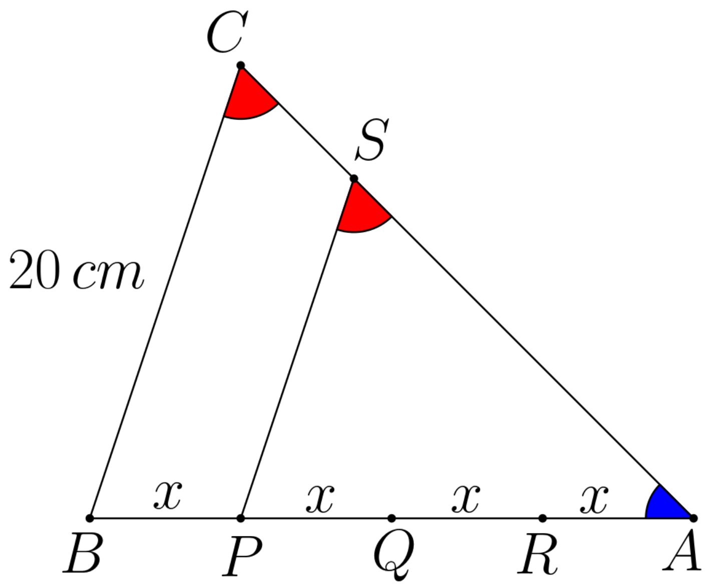
---

5. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Num triângulo ABC, $BC=20\ cm$. Os pontos P,Q e R dividem o lado $\overline{AB}$ em quatro partes iguais, sendo P o ponto mais próximo de B. Seja S um ponto de $\overline{AC}$, de forma que $\overline{PS} \parallel \overline{BC}$. Então, $PS=$ _______ cm.

a) 15
b) 10
c) 9
d) 5

Comentários:

Observe a figura abaixo



Perceba que, pelo paralelismo, $\angle ACB = \angle ASP$ e que o ângulo em A é comum aos ΔABC e ΔAPS, assim, $\Delta ABC \sim \Delta APS$. Como há a divisão de AB por $P, Q\ e\ R$ em 4 partes iguais, chamemos todas elas de x. Aplicando a semelhança:

$$\frac{|AP|}{|AB|} = \frac{|PS|}{|BC|} \Leftrightarrow \frac{3x}{4x} = \frac{|PS|}{20} \Leftrightarrow |PS| = \frac{3}{4} \cdot 20 = 3 \cdot 5$$

$$\therefore |PS| = 15\ cm.$$

Gabarito: A

---

6. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Os pontos $A(3,2)$ e $B(7,5)$ são vértices de um triângulo equilátero. Assim, a altura desse triângulo mede ________ unidade de comprimento.

a) 5

b) $\sqrt{3}$

c) $10\sqrt{2}$

d) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

Comentários:

Se A e B são vértices de um triângulo equilátero, então $|AB| = \ell$, em que ℓ é o lado do dito triângulo. Ainda, sabemos que $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. Dessa maneira,

$$\ell = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$\ell = \sqrt{25} \therefore \ell = 5.$$

Finalmente, descobrindo o que nos é pedido,

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \therefore h = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

Gabarito: D

---

7. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Um gráfico estatístico que utiliza em sua construção as frequências acumuladas é

a) a ogiva.

b) o histograma.

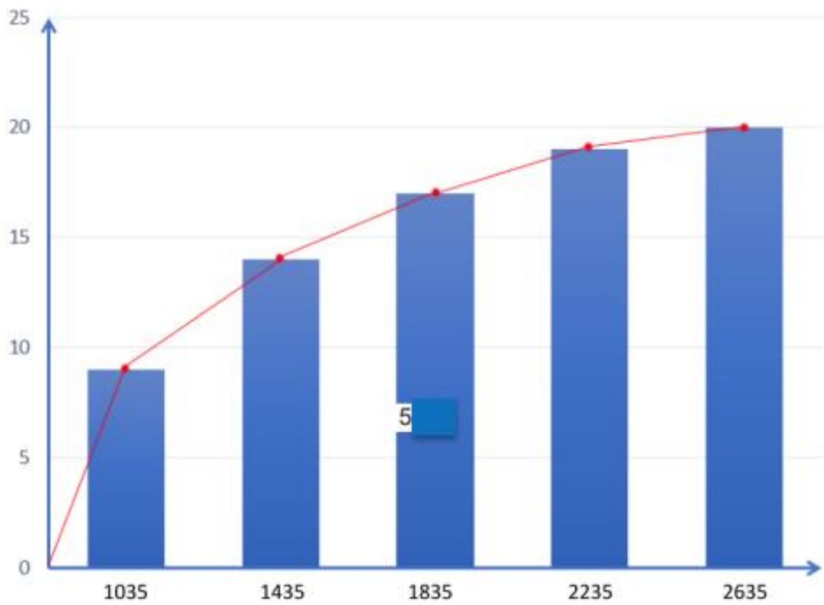
c) o pictograma.

d) o gráfico em setores.

Comentários:

Aqui não tem muito mistério, é questão de teoria. A construção da ogiva se dá justamente por linhas que são obtidas pelas frequências acumuladas. Veja um exemplo:

Estratégia Militares
CURSO EXTENSIVO
Prof. Ismael Santos



Então, uma ogiva pode ser definida como um gráfico que representa a frequência acumulada em função dos limites superiores das classes.

Fonte: Aula de Estatística do Curso de Matemática II da EEAR – Prof. Ismael Santos.

Gabarito: A

---

8. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Seja uma função $f: A \to B$, com $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$. Marque a alternativa na qual todos os pontos podem, simultaneamente, fazer parte do gráfico de f.

a) $(0, 0); (1, 2); (1, 4); (3, 4)$

b) $(0, 0); (1, 1); (2, 2); (3, 3)$

c) $(4, 0); (3, 4); (2, 3); (1, 10)$

d) $(0, 10); (1, 12); (2, 0); (4, 8)$

Comentários:

Lembre-se de que uma função nada mais é que um produto cartesiano com especificações, em que cada termo do domínio se relaciona com um único termo do contradomínio (relação unívoca de A em B). Assim, analisando cada alternativa.

a) $(0, 0); (1, 2); (1, 4); (3, 4)$ → temos que 1 de A se relaciona com mais de um elemento em B, ou seja, há a quebra da relação unívoca de A em B.
b) $(0, 0); (1, 1); (2, 2); (3, 3)$ → perceba que 1 e 3 não são elementos de B, assim, esses pares ordenados são impossíveis de serem formados.
c) $(4, 0); (3, 4); (2, 3); (1, 10)$ → pelo mesmo motivo da anterior, perceba que $3 \notin B$.
d) $(0, 10); (1, 12); (2, 0); (4, 8)$ → temos nosso gabarito, visto que todos os pontos são da forma (a, b) com $a \mapsto b$, $a \in A$ e $b \in B$.

Gabarito: D

---

9. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Os 99 vagões de carga de um trem, numerados de 1 a 99, foram cheios da seguinte forma: do número 1 ao 30, com trigo; do 31 ao 46, com soja; do 47 ao 70, com milho; e os outros, com café. Ao escolher, ao acaso, 2 números naturais distintos no intervalo $[1, 99]$, a probabilidade de que o 1° número seja o número de um vagão cheio de milho e o 2° seja o número de um vagão cheio de soja é, aproximadamente ______ %.

a) 2
b) 4
c) 20
d) 40

Comentários:

Queremos que o 1° número corresponda a um vagão de milho, ou seja, temos $70 - 47 + 1 = 24$ possibilidades para isso. Ainda, queremos que o 2° número corresponda a um vagão de soja, ou seja, temos $46 - 31 + 1 = 16$ possibilidades. Fazendo as contas:

$$P(A) = \frac{casos\ favoráveis}{espaço\ mostral},$$

então,

$$\frac{24}{99} \cdot \frac{16}{99} \approx 4\%$$

Gabarito: B

---

10. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Considere que a fórmula $P = (a - 100) - \left(\frac{a-150}{k}\right)$ calcula o "peso" ideal, em kg, do corpo humano adulto, em função da altura 'a', dada em cm, e de uma constante k, sendo $k = 4$ para homens e $k = 2$ para mulheres. Se João e Maria possuem pesos ideais, têm a mesma altura e Maria pesa 3 kg a menos que João, então, nessas condições, a soma dos pesos deles é ____ kg.

a) 110
b) 115
c) 124
d) 126

Comentários:

Sabemos que eles têm a mesma altura e pesos ideais, além de, se P kg é o peso do João, então $P-3$ kg é o peso da Maria, dessa forma, temos:

$$P=(a-100)-\left(\frac{a-150}{4}\right)$$

e

$$P-3=(a-100)-\left(\frac{a-150}{2}\right),$$

assim

$$(a-100)-\left(\frac{a-150}{4}\right)-3=(a-100)-\left(\frac{a-150}{2}\right)$$
$$\left(\frac{a-150}{2}\right)-\left(\frac{a-150}{4}\right)=3$$
$$\left(\frac{a-150}{4}\right)=3 \Leftrightarrow a-150=12$$
$$\therefore a=162cm.$$

Descobrindo P:

$$P=(a-100)-\left(\frac{a-150}{4}\right)=(162-100)-\left(\frac{162-150}{4}\right)$$
$$P=62-\frac{12}{4}=62-3$$
$$\therefore P=59kg.$$

Então, o peso da Maria é $P-3=59-3=56kg$. Somando essa brincadeira, temos

$$59 + 56 = 115kg.$$

Gabarito: B

---

11. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Uma porção de chocolate que estava na forma de um prisma triangular regular, de $h_3\ cm$ de altura e de aresta da base medindo $2x\ cm$, foi derretida e remodelada para a forma de um prisma hexagonal regular, de $h_6\ cm$ de altura e de aresta de base medindo $x\ cm$. O valor de ${}^{h_3}/_{h_6}$ é ____.

a) 2

b) 3

c) 1,5

d) 2,5

Comentários:

Como a "quantidade" de chocolate é a mesma, temos que os dois sólidos têm o mesmo volume. Temos, então, que

$$A_b \cdot h_3 = A_B \cdot h_6$$

$$\frac{(2x)^2\sqrt{3}}{4} \cdot h_3 = \frac{3x^2\sqrt{3}}{2} \cdot h_6$$

$$\frac{4x^2}{4} \cdot h_3 = \frac{3x^2}{2} \cdot h_6 \Leftrightarrow h_3 = \frac{3}{2} \cdot h_6$$

$$\therefore {}^{h_3}/_{h_6} = \frac{3}{2} = 1{,}5.$$

Gabarito: C

---

12. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Sejam $z_1 = 2 + 3i$ e $z_2 = 4 - i$ números complexos. Assim, o produto do conjugado de z_1 por z_2 é igual a _______.

a) $11 - 14i$
b) $11 - 10i$
c) $5 - 14i$
d) $5 - 10i$

Comentários:

Temos que o conjugado de z_1 é dado por

$$\overline{z_1} = 2 - 3i.$$

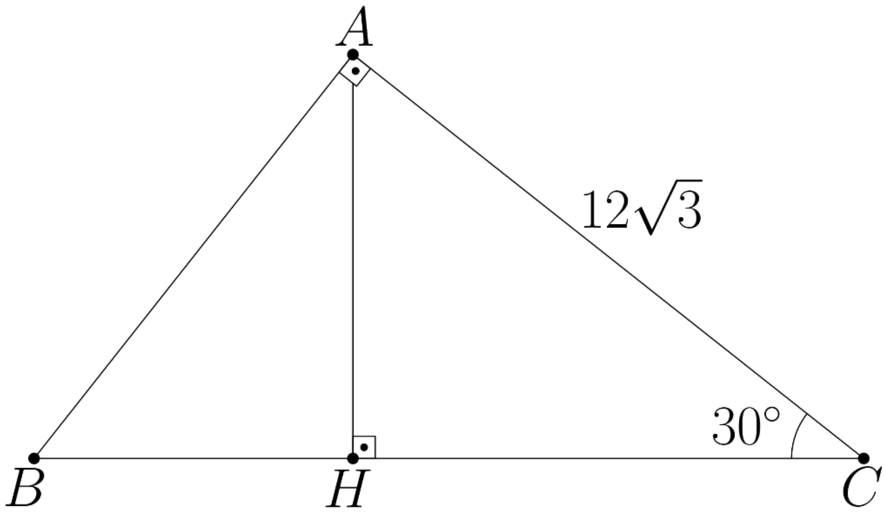
Fazendo o produto pedido, ou seja, $\overline{z_1} \cdot z_2$:

$$\overline{z_1} \cdot z_2 = (2 - 3i)(4 - i) = 8 - 2i - 12i + 3i^2 = 8 - 3 - 14i$$
$$\therefore \overline{z_1} \cdot z_2 = 5 - 14i$$

Gabarito: C

---

13. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Seja ABC um triângulo retângulo em A, conforme a figura. Se $\overline{AH}$ é a altura do triângulo e se $AC = 12\sqrt{3}$ cm, então o perímetro do triângulo ABC é _________ cm.



a) $18(3+\sqrt{3})$

b) $18(2+\sqrt{3})$

c) $12(3+\sqrt{3})$

d) $12(2+\sqrt{3})$

Comentários:

Perceba que ΔABC é um triângulo egípcio, assim, o cateto adjacente ao $30°$ mede a metade da hipotenusa vezes $\sqrt{3}$, então,

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \therefore a = 24.$$

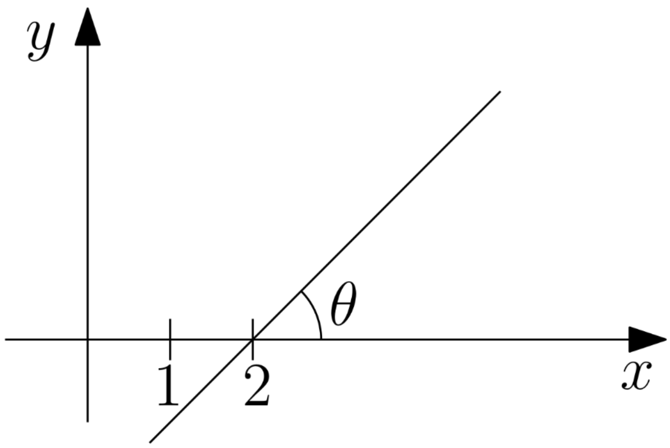
Ainda, o lado oposto ao $30°$ mede a metade da hipotenusa, assim, $|AB| = 12$. Finalmente,

$$2p = |AB| + |BC| + |CA| = 12 + 24 + 12\sqrt{3} = 36 + 12\sqrt{3}$$
$$\therefore 2p = 12(3+\sqrt{3}).$$

Gabarito: C

---

14. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Se a reta da figura passa pelo ponto $(2,0)$, então é correto escrever a equação da reta pela fórmula ____________________.



a) $y - cot\,\theta + 2 \cdot cot\,\theta = 0$

b) $y \cdot sen\theta + x \cdot cos\,\theta + 2 \cdot sen\theta = 0$

c) $y \cdot cos\,\theta - x \cdot sen\theta + 2 \cdot sen\theta = 0$

d) $y \cdot sen\theta - x \cdot cos\,\theta + 2 \cdot sen\theta = 0$

Comentários:

Sabemos que a equação de uma reta é dada por:

$$y - y_0 = m(x - x_0),$$

em que m é o coeficiente angular, ou seja, $m = tan\,\theta$. Além disso, sabemos que a reta passa pelo ponto $(2,0)$, ou seja, $x_0 = 2$ e $y_0 = 0$. Substituindo,

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Longrightarrow y - 0 = tan\,\theta\,(x - 2)$$

Como $tan\,\theta = \frac{sen\theta}{cos\,\theta}$,

$$y = \frac{sen\theta}{cos\,\theta}(x-2) \Leftrightarrow y \cdot cos\,\theta = sen\theta(x-2)$$
$$y \cdot cos\,\theta = x \cdot sen\theta - 2 \cdot sen\theta$$
$$\therefore y \cdot cos\,\theta - x \cdot sen\theta + 2 \cdot sen\theta = 0$$

Gabarito: C

---

15. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Tem-se $senx \leq -\frac{1}{2}$ para todo valor real de x no intervalo ________.

a) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

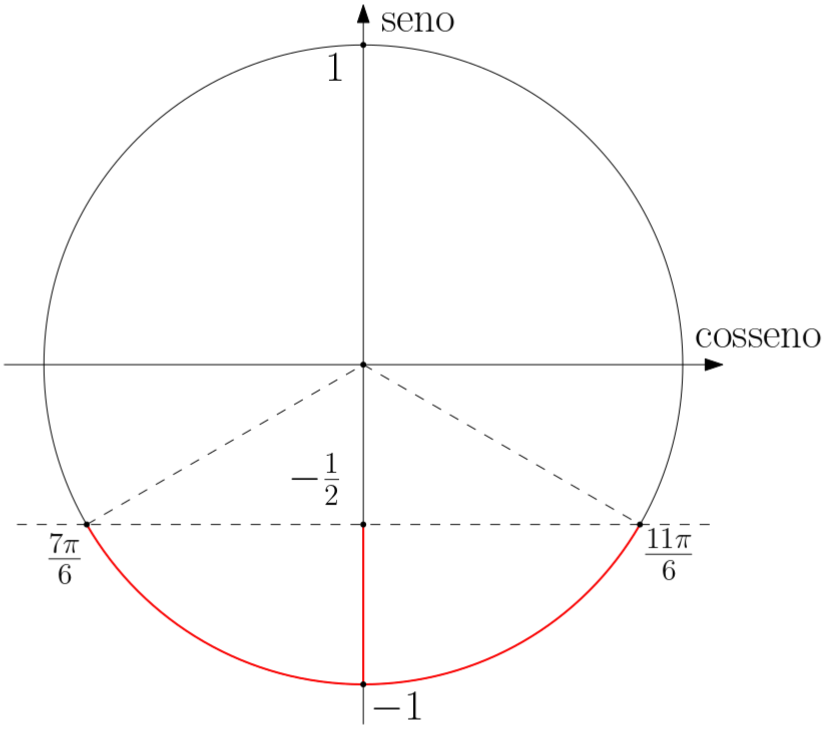
b) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$

c) $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$

d) $\left[\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$

Comentários:

Observe a figura abaixo.



Como queremos a parte menor ou igual, trabalhamos, então, com os ângulos abaixo da reta tracejada horizontal. Ainda, temos que os ângulos cujos senos são $-\frac{1}{2}$:

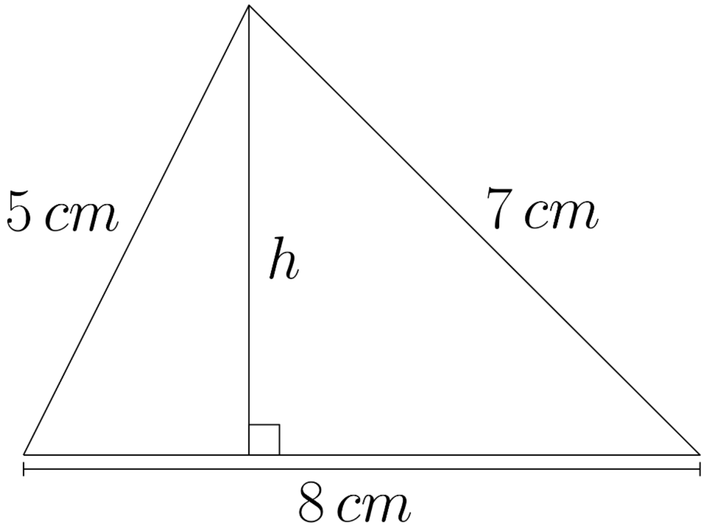
$$\frac{\pi}{6}+\pi=\frac{7\pi}{6} \quad \text{e} \quad 2\pi-\frac{\pi}{6},$$

$$\therefore \left[\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right].$$

Gabarito: D

---

16. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) A medida da altura h do triângulo da figura dada é $h =$ ______ cm.



a) 6

b) $2\sqrt{5}$

c) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

d) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

Comentários:

Lembre-se do Radical de Heron, ou seja, a área de um triângulo pode ser dada por

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

em que p é o semiperímetro e a, b, c são os lados do triângulo, ou seja,

$$p = \frac{5+7+8}{2} = \frac{20}{2}.$$
$$\therefore p = 10.$$

Ainda, lembre-se de que a área pode ser dada por

$$S = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot h}{2}$$
$$\therefore S = 4h.$$

Igualando todo mundo:

$$4\text{h} = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = \sqrt{10 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2}$$
$$4h = \sqrt{100 \cdot 3} = 10\sqrt{3}$$
$$\therefore h = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

Gabarito: D

---

17. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Uma pirâmide quadrangular regular tem 260 cm² de área lateral e 13 cm de apótema. Assim, o volume dessa pirâmide é ________ cm³.

a) 100
b) 200
c) 300
d) 400

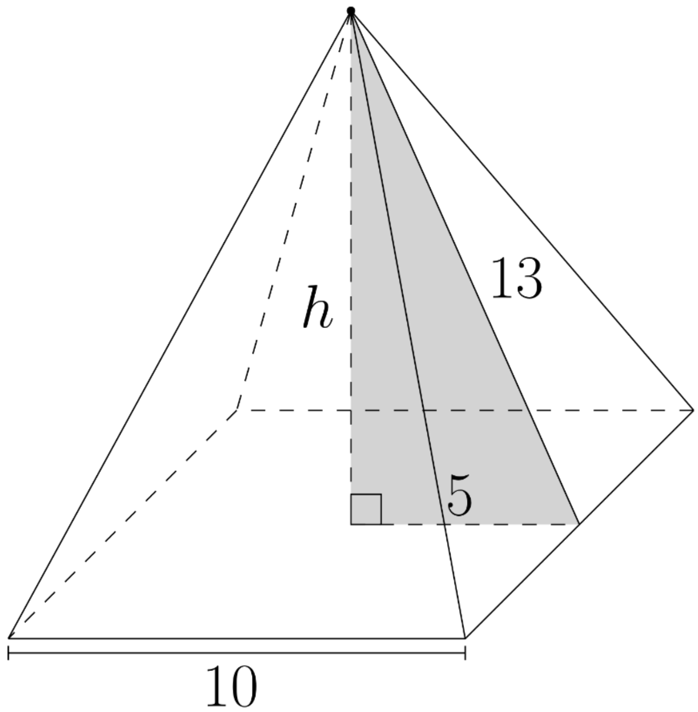
Comentários:

Sabemos que as faces laterais de uma pirâmide regular são triângulos e, como se trata de uma pirâmide quadrangular regular, trata-se de 4 triângulos congruentes cuja altura é o apótema e a base relativa a essa altura é a aresta da base da pirâmide. Dessa forma,

$$4 \cdot \frac{\ell \cdot 13}{2} = 260$$

$$26\ell = 260 \therefore \ell = 10.$$

Daí, observe a figura abaixo



Perceba o triângulo destacado formado pela altura, o apótema e meia aresta da base. Dessa forma, por Pitágoras, temos:

$$h^2 + 5^2 = 13^2 \Leftrightarrow h^2 = 13^2 - 5^2 = (13+5)(13-5) = 18 \cdot 8 = 9 \cdot 16$$
$$\therefore h = 3 \cdot 4 = 12.$$

(Vale lembrar do terno pitagórico $(5k, 12k, 13k)$).

Daí, calculando o volume,

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{10^2 \cdot 12}{3} = 4 \cdot 100$$
$$\therefore V = 400.$$

Gabarito: D

---

18. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Os gráficos das funções reais $f(x) = sen x$ e $g(x) = cos\, x$, para x variando de $\frac{3\pi}{2}$ e 2π são, respectivamente,

a) crescente e crescente.

b) crescente e decrescente.

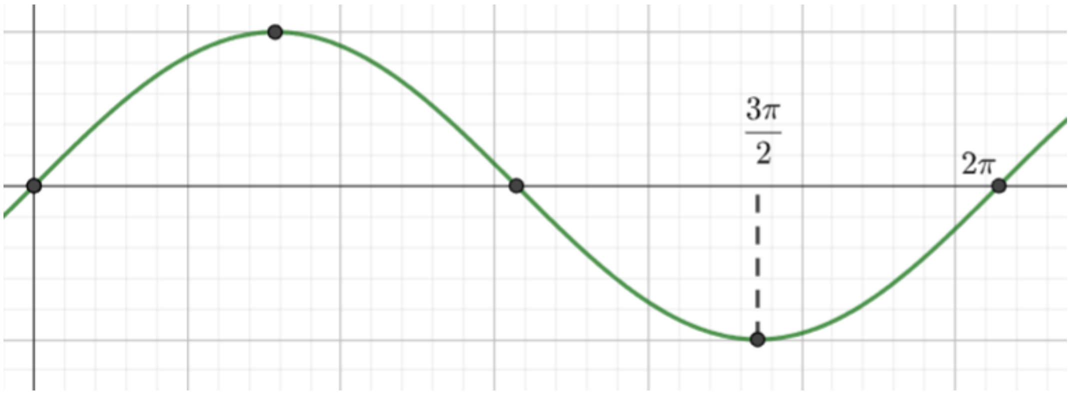
c) decrescente e crescente.

d) decrescente e decrescente.

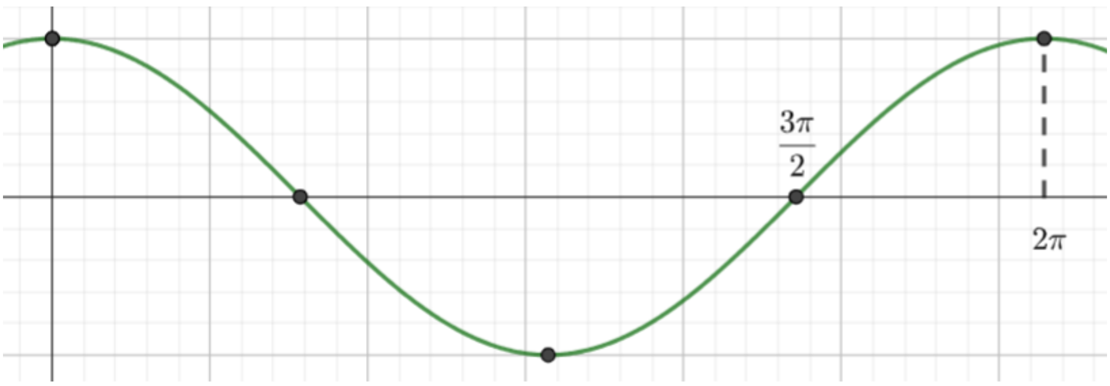
Comentários:

Lembre-se de como são os gráficos dessas funções:

- Função seno:



- Função cosseno:



Perceba que ambas crescem no intervalo pedido.

Gabarito: A

---

19. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2 - ADAPTADA) As expressões $3 + 2x$ e $3 \cdot 2^x$, para x pertencente ao conjunto dos números inteiros positivos, geram, respectivamente,

a) PA de razão 2 e PA de razão 6.

b) PA de razão 2 e PG de razão 2.

c) PG de razão 2 e PG de razão 6.

d) PG de razão 2 e PA de razão 6.

Comentários:

Da primeira expressão, temos:

$$\{a_x = 3 + 2x \mid x \in \mathbb{Z}_+^*\} = \{5,7,9,\dots\},$$

ou seja, uma PA de razão 2. Da segunda expressão, temos:

$$\{a_x = 3 \cdot 2^x \mid x \in \mathbb{Z}_+^*\} = \{6,12,24,\dots\},$$

ou seja, uma PG de razão 2. Dessa forma, gabarito B.

Obs.: na questão original, as alternativas não apresentavam gabarito, por esse motivo, fiz uma adaptação que pudéssemos marcar uma das alternativas.

Gabarito: B (originalmente, passível de anulação)

20. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Seja x um número real positivo tal que $log_2 x + log_4 x - log_8 x = 1$. Logo, $x =$ ______.

a) $2^{6/7}$

b) $2^{7/6}$

c) 2^{6}

d) 2^{7}

Comentários:

Colocando todo mundo na mesma base:

$$log_2 x + log_4 x - log_8 x = 1 \Leftrightarrow log_2 x + log_{2^2} x - log_{2^3} x = 1$$

$$log_2 x + \frac{1}{2} log_2 x - \frac{1}{3} log_2 x = 1$$

Colocando o log em evidência:

$$log_2 x + \frac{1}{2} log_2 x - \frac{1}{3} log_2 x = 1 \Leftrightarrow log_2 x \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1$$

$$log_2 x \left(\frac{6}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow log_2 x \left(\frac{7}{6}\right) = 1$$

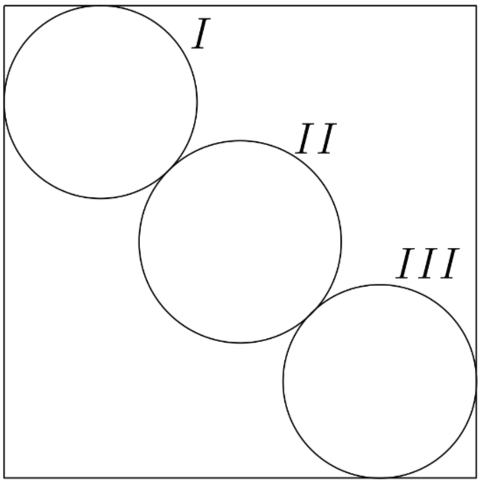
$$log_2 x = \frac{6}{7},$$

pela definição, temos

$$x = 2^{6/7}$$

Gabarito: A

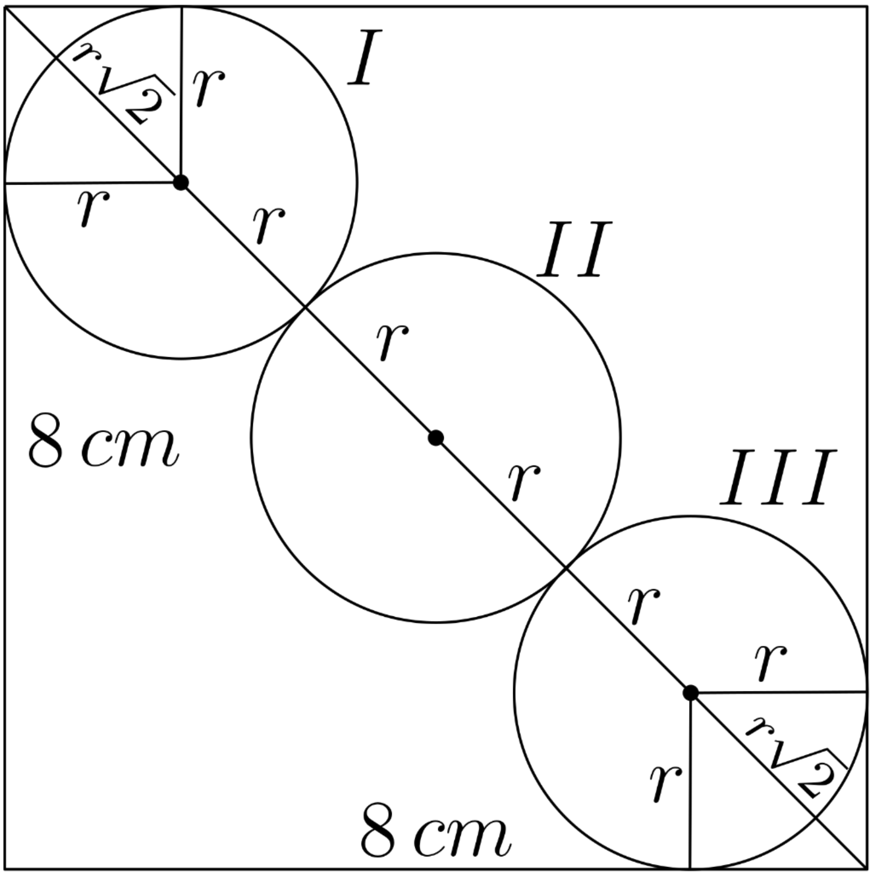
21. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) A figura dada é composta de um quadrado de 8 cm de lado e de três circunferências de raio r cm. Se os centros das três circunferências estão alinhados e, ainda, as circunferências I e III são, cada uma, tangentes a dois lados do quadrado e à circunferência II, então o valor de r é ________ cm.



a) $5\sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}+1$
c) $2+\sqrt{2}$
d) $4\left(\sqrt{2}-1\right)$

Comentários:

Observe a figura abaixo.



Repare que, pelo desenho, a diagonal do quadrado que mede $\ell\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ é igual a:

$$4r + 2r\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow 2r\left(2 + \sqrt{2}\right) = 8\sqrt{2}$$

$$r = \frac{4\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\left(2 - \sqrt{2}\right)}{4 - 2} = \frac{4\sqrt{2}\left(2 - \sqrt{2}\right)}{2}$$

$$r = 2\sqrt{2}\left(2 - \sqrt{2}\right) = 4\sqrt{2} - 4$$

$$\therefore r = 4\left(\sqrt{2} - 1\right).$$

Gabarito: D

22. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) A tabela apresenta as notas dos alunos de uma turma em uma avaliação (dados fictícios). Então, a quantidade de alunos que tiraram nota inferior a 8 é _______ e corresponde ao valor da frequência _________ da 4ª classe da distribuição.

i	Notas	Frequências
1	$0 \vdash 2$	1
2	$2 \vdash 4$	1
3	$4 \vdash 6$	12
4	$6 \vdash 8$	21
5	$8 \vdash 10$	7

a) 21 – acumulada
b) 35 – acumulada
c) 21 – simples
d) 35 – simples

Comentários:

Repare que os alunos da quarta coluna para cima tirou nota inferior a 8, dessa forma, a quantidade de pessoas é a soma das frequências (quantas vezes aquela nota aparece), assim, temos:

$$1 + 1 + 12 + 21 = 35.$$

Além disso, tivemos que usar a frequência acumulada para fazer esse cálculo.

Gabarito: B

23. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Se o polinômio $A(x) = x^3 + mx + n$ é divisível pelo polinômio $B(x) = x^2 + x + 1$, com m e n números reais, então o produto de m por n é _______.

a) 0

b) 1

c) -1

d) -2

Comentários:

Vamos efetuar nossa divisão:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & & +mx & +n & x^2+x+1 \\ \cline{5-5}
-x^3 & -x^2 & -x & & x-1 \\ \cline{1-3}
 & -x^2 & +(-1+1m)x & +n & \\
 & x^2 & +x & +1 & \\ \cline{2-4}
 & & mx & +(1+1n) &
\end{array}
$$

Como o resto é zero, temos que:

$$mx + (n+1) \equiv 0 \Longrightarrow m = 0 \; e \; n + 1 = 0$$
$$\therefore m = 0 \;\; e \;\; n = -1.$$

Finalmente, fazendo nossa multiplicação,

$$m \cdot n = 0 \cdot (-1) = 0.$$

Gabarito: A

24. (Estratégia Militares – EEAr 2024.2) Lucas possui 8 camisetas e 5 bermudas. Ele irá viajar e levará em sua mala 6 dessas 13 peças de roupas. O número de possibilidades que Lucas tem para arrumar a sua mala, contendo pelo menos 3 de suas bermudas, é _______.

a) 420

b) 537

c) 650

d) 708

Comentários:

Precisamos de pelo menos 3 bermudas, assim, temos os casos nos quais escolhemos que ele leve 3, 4 ou 5 bermudas. Assim, como o total são 6 peças, nos sobra como escolha restante 3, 2 e 1, respectivamente em cada caso, para escolhermos as camisetas. Ainda, repare que contar uma bermuda vermelha e uma verde é a mesma coisa que contar uma verde e uma vermelha, ou seja, trata-se de combinação. Assim:

$$C_{5,3} \cdot C_{8,3} + C_{5,4} \cdot C_{8,2} + C_{5,5} \cdot C_{8,1}$$

$$= \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} + \frac{5!}{5! \cdot 0!} \cdot \frac{8!}{1! \cdot 7!}$$

$$= \frac{8!}{72} + \frac{8!}{72 \cdot 4} + \frac{8!}{72 \cdot 70} = \frac{8!}{72}\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{70}\right)$$

$$= \frac{7!}{9}\left(\frac{140}{140} + \frac{35}{140} + \frac{2}{140}\right) = \frac{7!}{9}\left(\frac{177}{140}\right) = \frac{6!}{9}\left(\frac{177}{20}\right) = 4 \cdot 177$$

$$\therefore 708 \ \text{ possibilidades.}$$

Gabarito: D

Vamos que vamos! Fé na missão!