CURSO EXTENSIVO

ESA

2023

MAPA DA PROVA ESA 2023

Prof. Ismael Santos

Estratégia Militares

estrategiamilitares.com.br militares.estrategia.com

Sumário

Palavras Iniciais

Olá, audaz! Ismael Santos na área!

Bem...infelizmente a prova de matemática não foi nada legal. A banca pecou em muitos aspectos. Muitos! Porém, não adianta ficar chorando, não é mesmo?! Resta correr atrás do prejuízo.

NÃO desista dos seus sonhos! Conte com a CORUJA!

A seguir, deixo minha contribuição com o comentário de cada uma das questões, bem como mostro em qual parte do material você encontraria a parte teórica necessária e os exercícios de aplicação próximo de cada questão que foi cobrada na prova.

Se você já estiver pensando no ano que vem, siga a dica: já estamos com a turma ESA 2024 LANÇADA. Venha ser coruja!!

Link do pacote extensivo: https://www.estrategiamilitares.com.br/pacotes/

Link do MAPA DA PROVA ESA 2023: https://www.youtube.com/watch?v=92qpAz3MucM

- 50% DE DESCONTO até 14/09;

- Ganha o BANCO DE QUESTÕES;

- Ganha o PACOTE EEAR, se pagar no boleto;

- Acesso até a prova de 2023; e

- Se for classificado neste ano de 2022, devolveremos seu dinheiro.

QUESTÕES – ONDE VIMOS ISSO?

Questão 01 - Versão C

1. No Rancho de uma unidade militar há a opção de três pratos de proteína (frango, bife e ovo), três pratos de acompanhamento (farofa, arroz e macarrão) e dois pratos de sobremesa (doce de leite e gelatina). Os militares devem pegar apenas um item de cada prato. Desta forma, podem-se montar quantos tipos de refeições distintas?

a) 14

b) 12

c) 18

d) 16

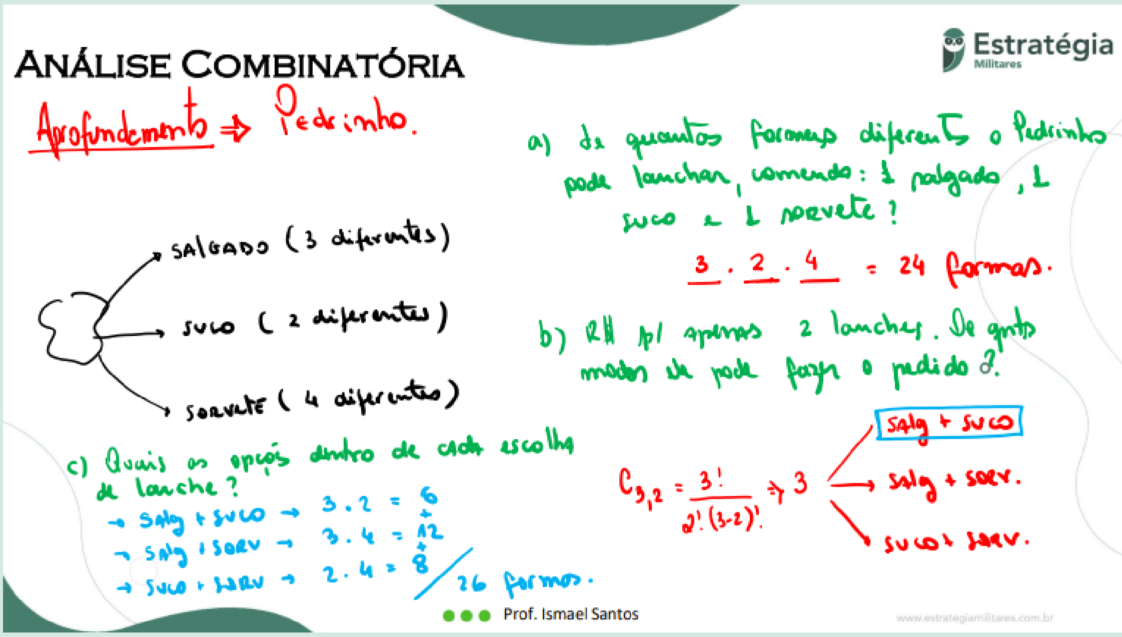
e) 10

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT III

PDF: Aula 06, Pág. 5, tema - Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Nesta parte da aula, a ideia é que o aluno entenda, de fato, o fundamento da contagem. Por meio dela, toda a aula é embasada. Destaco, a seguir, um exemplo dado, na videoaula, que traz a mesma ideia da questão cobrada pela banca. Veja que o exercício da letra a é a mesma questão da prova, em tese.



Agora, veja duas questões praticamente idênticas que estavam nessa mesma aula: 06, página 111 e página 136.

26. (EEAR-2011)

Formato, tamanho e cor são as características que diferem as etiquetas indicadoras de preço dos produtos de uma loja. Se elas podem ter 2 formatos, 3 tamanhos e 5 cores, o número máximo de preços distintos dos produtos da loja é

a) 24

b) 30

c) 32

d) 40

Comentário:

Para uma peça diferente temos

$$formato \to 2$$

$$tamanho \to 3$$

$$cores \to 5$$

$$preços\ diferentes = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Gabarito: B

69. (ESA 2018)

Em uma barraca de cachorro-quente, o freguês pode escolher um entre três tipos de pães, uma entre quatro tipos de salsichas e um entre cinco tipos de molhos. Identifique a quantidade de cachorros-quentes diferentes que podem ser feitos.

a) 60

b) 35

c) 86

d) 12

e) 27

Comentário:

Note que temos

$$\begin{cases} 3\ tipos\ de\ pães \\ 4\ tipos\ de\ salsichas \\ 5\ tipos\ de\ molhos \end{cases}$$

Dessa forma, devemos escolher uma opção de cada elemento. Assim

$$N = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60\ tipos\ de\ cachorros\ quentes$$

Gabarito: A

Comentário:

Dos três pratos de proteína, escolhemos 1:

$$3 \; possibilidades.$$

Dos três pratos de acompanhamento, escolhemos 1:

$$3 \; possibilidades.$$

Dos dois pratos de sobremesa, escolhemos 1:

$$2 \; possibilidades.$$

Pelo princípio multiplicativo, a quantidade de maneiras de montar as refeições é:

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

Gabarito: C

Questão 02 - Versão C

2. Em uma instrução de orientação diurna, um aluno da Escola de Sargentos das Armas foi colocado na origem de um sistema cartesiano ortogonal O_x e O_y. Considerando que ele dê exatamente 4 passos, um de cada vez, nas direções norte (N) ou leste (L), quantas trajetórias ele poderá percorrer?

a) $\mathbf{16}$

b) $\mathbf{36}$

c) $\mathbf{4}$

d) $\mathbf{12}$

e) $\mathbf{32}$

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT III

PDF: Aula 06, Pág. 5, tema - Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Esta questão tem a mesma ideia das questões clássicas que perguntam de quantas formas um aluno pode responder um questionário CERTO ou ERRADO, contendo 10 questões. Bom, neste caso, para cada questão, teríamos duas possibilidades: OU CERTO OU ERRADO. Assim, como estamos de eventos sucessivos, utilizamos a multiplicação: $2.2.2.2.2.2.2.2.2.2 = 2^{10}$. Na prova foi a mesma ideia...ela dá duas possibilidades NORTE ou LESTE, dando 4 passos.

Veja uma questão do nosso material que trata da mesma ideia que a da prova:

8. (EEAR-2002)

Um campo de futebol tem 7 entradas. O número de modos desse campo estar aberto pode ser expresso por

a) 2^7

b) $2^7 - 1$

c) $7!$

d) $7! - 1$

Comentário:

Cada portão pode estar ou aberto ou fechado. Assim, cada portão tem duas possibilidades

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$$

No entanto, devemos retirar um caso, pois é o caso em que todos encontram-se fechados. Assim

$$p = 2^7 - 1$$

Gabarito: B

Comentário:

Para cada passo, ele tem duas opções: norte ou leste.

Com isso,

$$\underbrace{2}_{1^{\underline{o}}\ passo}\ \underbrace{2}_{2^{\underline{o}}\ passo}\ \underbrace{2}_{3^{\underline{o}}\ passo}\ \underbrace{2}_{4^{\underline{o}}\ passo}$$

O total de trajetórias que ele poderá percorrer será de:

$$2^4 = 16$$

Gabarito: A

Questão 03 - Versão C

3. Em um determinado quartel, o comandante determinou que, no primeiro dia de treinamento da nova turma, os recrutas deveriam realizar 20 flexões de braço e aumentar 5 flexões por dia ao longo do curso. Mantida essas condições, em 2 meses, quantas flexões cada recruta terá executado? (Considere o mês com 30 dias)

a) 10.050

b) 8.225

c) 2.805

d) 10.500

e) 3.350

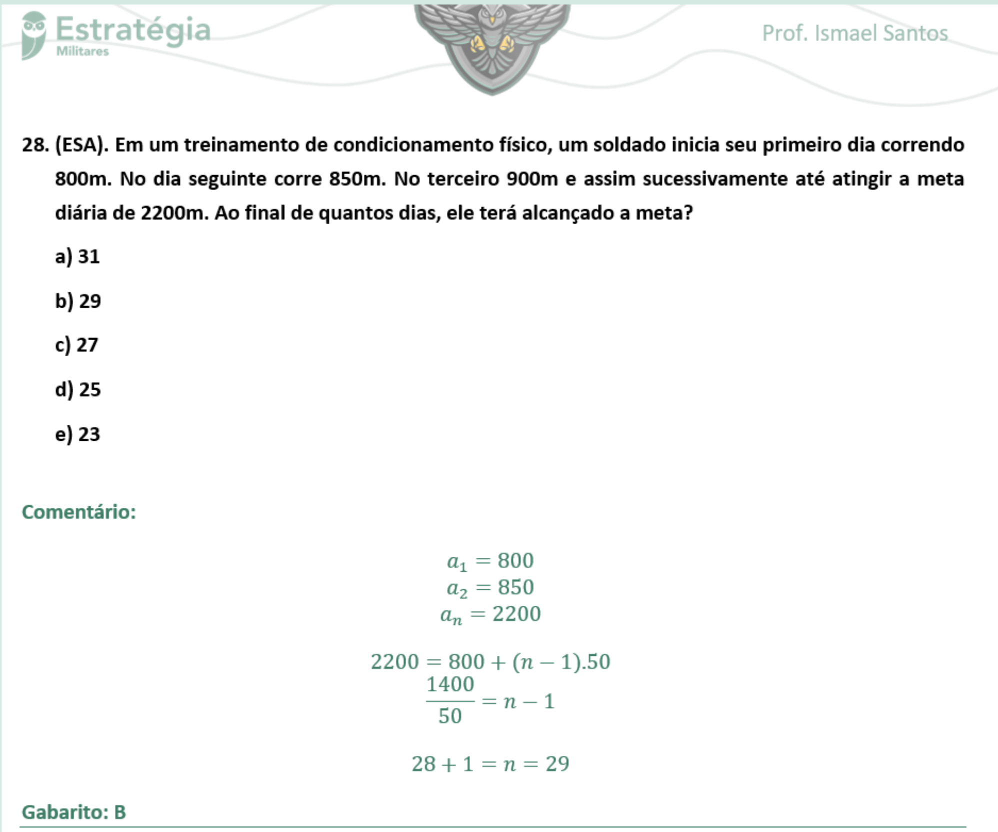
ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT II

PDF: Aula 00, Pág. 11, temas - Termo Geral de P.A. e Pág. 21, tema - Soma dos Termos de uma P.A.

Esta questão precisa de dois passos, basicamente: o 1° usando o termo geral e o segundo usando a soma dos termos de uma progressão aritmética finita.

Veja uma questão bem semelhante que estava nesse material, na pág. 79.



Prof. Ismael Santos

28. (ESA). Em um treinamento de condicionamento físico, um soldado inicia seu primeiro dia correndo 800m. No dia seguinte corre 850m. No terceiro 900m e assim sucessivamente até atingir a meta diária de 2200m. Ao final de quantos dias, ele terá alcançado a meta?

a) 31

b) 29

c) 27

d) 25

e) 23

Comentário:

$$a_1 = 800$$
$$a_2 = 850$$
$$a_n = 2200$$

$$2200 = 800 + (n-1).50$$
$$\frac{1400}{50} = n - 1$$

$$28 + 1 = n = 29$$

Gabarito: B

Comentário:

Note que o número de flexões segue uma PA de razão igual a 5 e termo inicial iguala 20.

Como cada mês terá 30 dias, dois meses terão 60 dias.

Assim, queremos achar a soma dos 60 primeiros termos dessa PA.

Sabemos que:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Então,

$$a_{60} = 20 + (60-1).5$$

$$a_{60} = 315$$

Portanto, a soma será:

$$S = \frac{(a_1 + a_{60})60}{2}$$

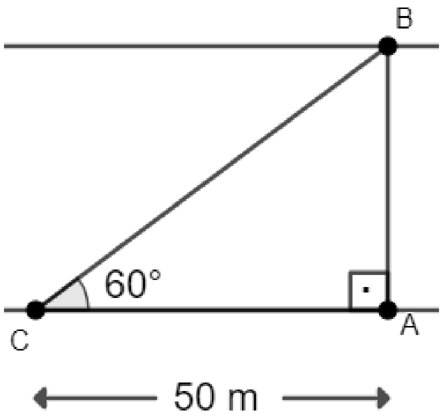
$$S = \frac{(20 + 315)60}{2}$$

$$S = 10.050$$

Gabarito: A

Questão 04 - Versão C

4. **Em um exercício militar, uma Companhia de Engenharia deve construir uma ponte para ligar as margens paralelas de um rio. Para isso, o Cap Delta, engenheiro militar, responsável pela missão, fixou um ponto A na margem do rio em que estava, e um ponto B na margem oposta, de forma que $\overline{AB}$ fosse perpendicular às margens do rio. Para determinar o comprimento da ponte a partir do ponto A, o Cap Delta caminhou 50 metros paralelamente à margem até o ponto C e mediu o ângulo $A\hat{C}B$, obtendo 60°. Considerando $\sqrt{3} = 1,7$. Marque a alternativa que apresenta o comprimento da ponte que deverá ser construída para o exercício.**



a) $50\ metros$

b) $25\ metros$

c) $42,5\ metros$

d) $85\ metros$

e) $100\ metros$

ONDE VIMOS?

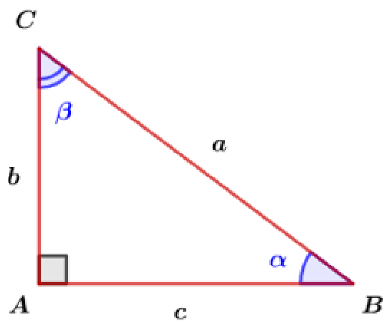
Extensivo ESA 2023 - MAT III

PDF: Aula 08, Pág. 18, tema - Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Esta questão precisa de apenas um passo: a aplicação da tangente do ângulo dado. Veja a teoria no material:

2. Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Um triângulo é classificado como triângulo retângulo quando um de seus ângulos for igual a 90°:



No triângulo retângulo, chamamos de hipotenusa o lado BC e de catetos os lados AB e AC.

Na trigonometria temos as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Além dessas, temos as razões secante, cossecante e cotangente. Elas são dadas por:

$$sen\alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

$$cos\alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$$

$$tg\alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$sec\alpha = \frac{1}{cos\alpha} = \frac{a}{c}$$

$$cossec\alpha = \frac{1}{sen\alpha} = \frac{a}{b}$$

$$cotg\alpha = \frac{1}{tg\alpha} = \frac{c}{b}$$

Perceba que também podemos escrever tangente como:

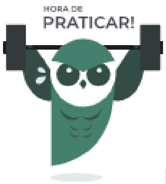
$$tg\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$$

Além disso, o aluno deveria ter o conhecimento dos ângulos notáveis, veja essa parte na imagem a seguir, que foi retirada dessa mesma aula, na pág. 25.

Podemos construir a tabela dos ângulos notáveis:

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

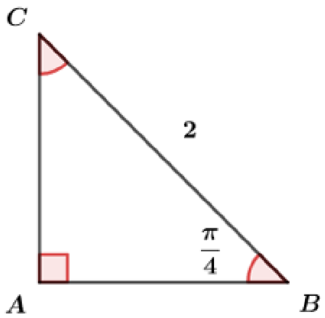
Veja uma questão de fixação bem semelhante que estava nesse material, na pág. 26.



Exercícios de Fixação

Dados os triângulos abaixo, calcule o valor dos lados que faltam:

a)



Comentário:

Considerando que a ponte será construída do ponto A até o ponto B:

$$tg(60°) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}; \quad \sqrt{3} = \frac{\overline{AB}}{50}$$

$$\overline{AB} = 50\sqrt{3} = 85$$

Gabarito: D

Questão 05 - Versão C

5. **Um balão esférico está inflado. Seu volume é dado em função do tempo t (contado em minutos), através da seguinte relação $V = 2t$. Qual será o tempo necessário para que o balão infle, até atingir o volumem de 18m³?**

a) $18\ minutos$

b) $12\ minutos$

c) $6\ minutos$

d) $24\ minutos$

e) $9\ minutos$

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT I

PDF: Aula 00, Pág. 38, tema - Função Linear

Esta questão precisa de apenas um passo: encontrar a abcissa que leva à imagem 18, que é o volume do balão esférico dado. Ou seja, a questão trata de valor numérico de função. Veja a parte teórica dada no PDF!

II) **Função Linear:** É toda função da forma:

$$\boxed{f(x) = ax \ ou \ y = ax \ ; \ a \in \mathbb{R}^*}$$

Exemplo:

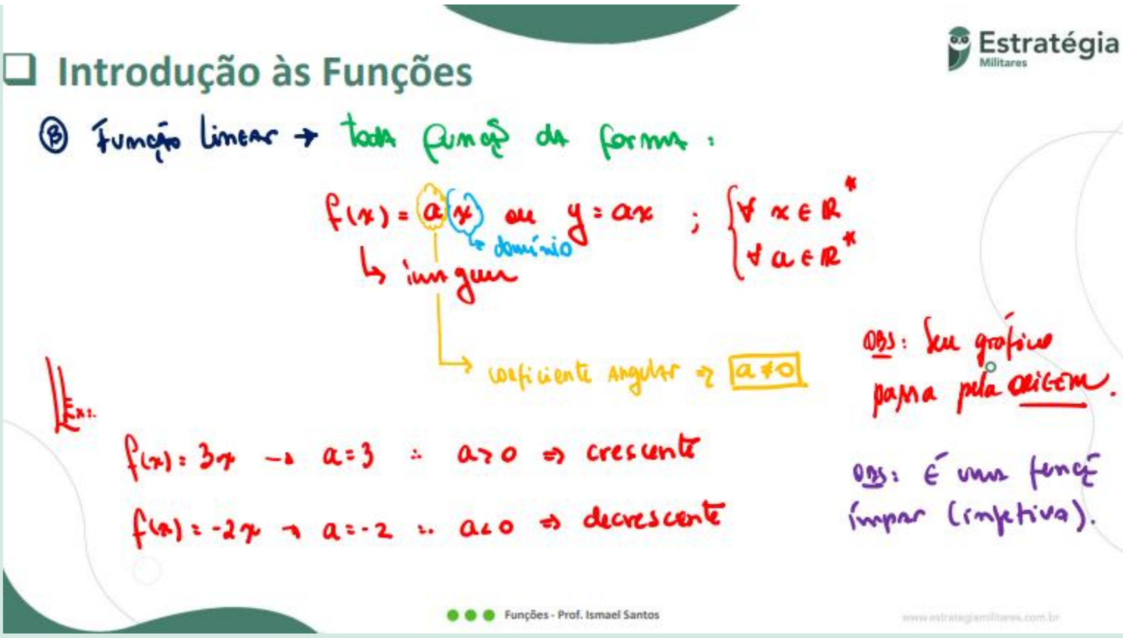
$$y = f(x) = 2x$$

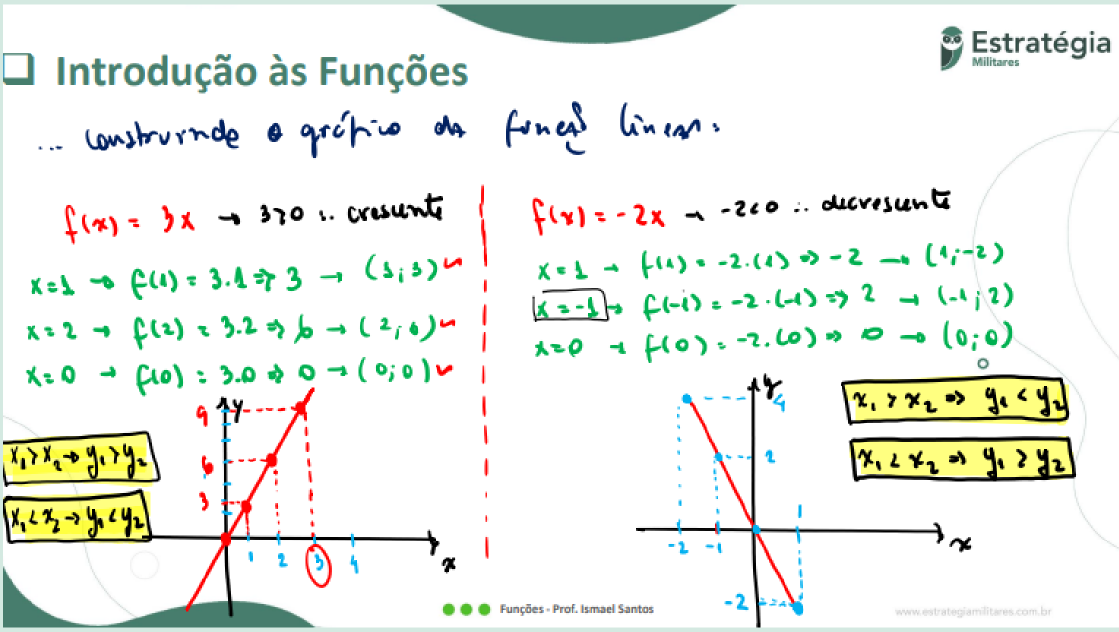
Vejamos no quadro do valor numérico o comportamento do gráfico quando se atribui valores para a variável x.

x	$y = f(x) = 2x$
-1	$f(-1) = 2(-1) = -2$
0	$f(0) = 2(0) = 0$
1	$f(1) = 2(1) = 2$
2	$f(2) = 2(2) = 4$

AULA 00 – MATEMÁTICA I 38

Na videoaula eu explico a teoria e trato de dois exemplos de aplicação de valores numéricos para a construção do gráfico da função. Veja!





Comentário:

Queremos que o volume seja igual a 18m³, então vamos substituir esse valor na relação dada no enunciado:

$$V = 18$$

$$18 = 2t$$

$$t = 9 \; minutos$$

Gabarito: E

Questão 06 - Versão C

6. **Determinado quartel tem caixas d'água no formato cilíndrico. Os militares do Pelotão de Obras receberam a missão de pintar uma caixa d'água deste quartel. Ajude-os a fazer o orçamento da obra encontrando a área total dessa caixa d'água, sabendo que sua altura é de 15m e que seu diâmetro mede 5m. (Considere $\pi = 3,14$)**

a) $196,25 \; m^2$

b) $152,5 \; m^2$

c) $235,25 \; m^2$

d) $360 \; m^2$

e) $254,4 \; m^2$

ONDE VIMOS?

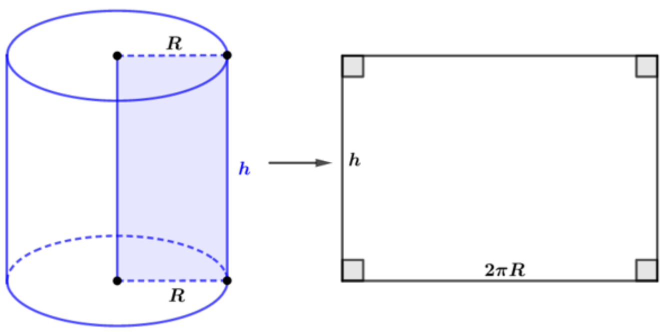
Extensivo ESA 2023 - MAT III

PDF: Aula 05, Pág. 06, tema - Cilindro

Esta questão precisa saber a fórmula da área total do cilindro. Veja nos prints a seguir, como isso foi tratado em aula!

1.1.2. ÁREA LATERAL E ÁREA TOTAL

Se cortarmos uma superfície cilíndrica de revolução de altura h e a colocarmos em cima de uma mesa esticada, obtemos a figura de um retângulo de dimensões iguais à altura h e ao comprimento da base circular. Sabemos que o comprimento de uma circunferência de raio R é $2\pi R$. Assim, temos que a superfície lateral de um cilindro circular reto planificada é equivalente a um retângulo de dimensões h e $2\pi R$.



Logo, a área lateral de um cilindro é:

$$\boxed{A_L = 2\pi Rh}$$

Para encontrar a área total do cilindro circular reto, basta somar duas vezes a área da base. Como a base é um círculo de raio R, temos:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_T = A_L + 2A_B = 2\pi R h + 2\pi R^2$$

$$\therefore \boxed{A_T = 2\pi R(h + R)}$$

Veja uma questão do material (pág. 139) que tratava do mesmo tema cobrado em prova:

36. (EEAR/2007)

O raio da base de um cilindro equilátero e a aresta de um cubo são congruentes. A razão entre as áreas totais do cilindro e do cubo é

a) 2

b) 4

c) π

d) 2π

Comentários

Lembre-se da definição de cilindro equilátero, a seção meridiana forma um quadrado. Sendo assim:

$$h_{cil} = 2R_{cil}$$

Segundo o enunciado: $R_{cil} = L_{cubo} = d$

Sendo assim, calculamos a área superficial do cilindro conforme:

$$S_{cilindro} = S_{lat} + 2S_{base} = 2\pi R_{cil} h_{cil} + 2\pi R_{cil}^2$$

$$= 2\pi R_{cil}(2R_{cil}) + 2\pi R_{cil}^2 = 6\pi R_{cil}^2 = 6\pi d^2$$

$$S_{cilindro} = 6\pi d^2$$

A área superficial do cubo é dada por:

$$S_{cubo} = 6 \cdot L_{cubo}^2 = 6d^2$$

Então a razão entre as áreas vale:

$$\frac{S_{cilindro}}{S_{cubo}} = \frac{6\pi d^2}{6d^2} = \pi$$

Gabarito: C

Comentário:

Do enunciado, temos que o diâmetro é igual a 5m, então:

$$2R = 5$$

$$R = 2{,}5$$

A área das bases é dada por: $2 \times \pi R^2$

$$A_{bases} = 2 \times 3{,}14.(2{,}5)^2$$

$$A_{bases} = 39{,}25$$

A área lateral é dada por: $2\pi Rh$

$$A_{lateral} = 2\,.\,3{,}14\,.\,2{,}5\,.\,15$$

$$A_{lateral} = 235{,}5$$

Portanto, a área total será:

$$A_{bases} + A_{lateral} =$$

$$39{,}25 + 235{,}5 = 274{,}75$$

Gabarito: ANULADA

Questão 07 - Versão C

7. Para avançar ao Rancho, 8 (oito) soldados, entre eles o Sd Alfa e o Sd Bravo, são colocados em fila. Pode-se afirmar que a probabilidade desses dois militares ficarem juntos é de:

a) 50%

b) 25%

c) 40%

d) $12,5\%$

e) 20%

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT II

PDF: Aula 06, Pág. 15 e pág. 40, temas - Permutação e Probabilidade.

Boa questão! Ela mistura dois temas bem recorrentes em prova. É resolvida em dois passos: 1° achar as permutações com restrição e, em 2° lugar, calcular a probabilidade. Veja, material em PDF, a teoria para isso!

11. Probabilidades

A probabilidade de um evento ocorrer é uma tentativa de definir previamente um número que represente a tendência geral da frequência relativa de um evento, quando o repetimos um número suficientemente grande de vezes.

No caso do tópico anterior, como temos 6 números e nenhum motivo para que um ou outro se sobressaia nos lançamentos, dizemos que a probabilidade de cada um desses números é dada pela definição:

$$Probabilidade = \frac{Número\ de\ casos\ a\ que\ queremos\ atribuir\ a\ probabilidade}{Número\ de\ casos\ totais}$$

O que pode ser interpretado, também, como

$$Probabilidade = \frac{Número\ de\ elementos\ do\ evento}{Número\ de\ elementos\ do\ espaço\ amostral}$$

Ao analisar, por exemplo, a probabilidade de, em um lançamento desse dado, sair o número 3, ou seja, 1 número específico dentre os 6 possíveis, sua probabilidade é:

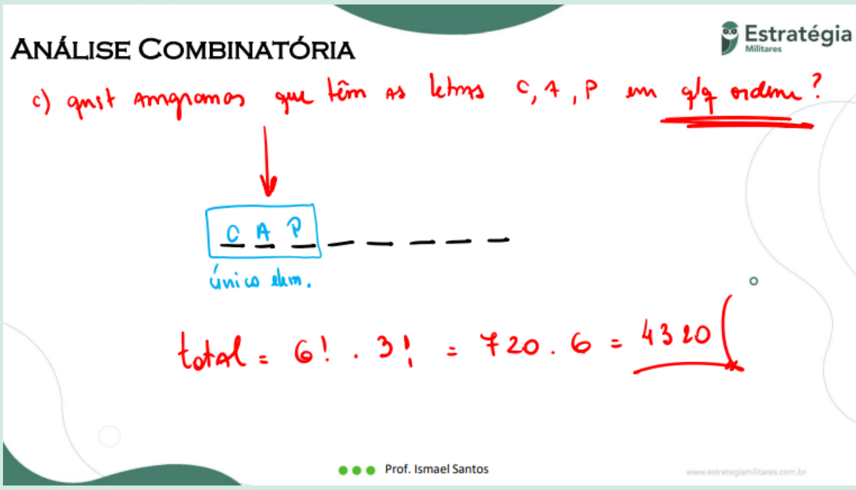
$$P(3) = \frac{1\ (o\ número\ em\ questão, 3)}{6\ (todos\ os\ casos\ possíveis)} = \frac{1}{6} = 0{,}1\bar{6} = 16{,}\bar{6}\ \%$$

Perceba que, com esse procedimento, podemos chegar aos $16,\bar{6}\ \%$ sem que façamos o experimento em si e é exatamente isso que buscaremos em nosso estudo das probabilidades.

Note, também, que a soma das probabilidades de todos os elementos é igual a 1, ou seja, 100%.

AULA 06 – ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE 40

Veja um exemplo de questão da videoaula que apresenta a mesma ideia: permutar elementos juntos dentre os demais e em qualquer ordem:



2. Permutações

Você sabe o que é permutar?

Permutar significa trocar. Antigamente, usava-se o termo "Permuta-se" até em anúncios comerciais nos jornais como sinônimo de troca comercial: "Permuta-se uma geladeira em uma bicicleta".

O significado popular pode ser aplicado aqui.

Quando falamos em Permutação na Análise Combinatória, estamos nos referindo a situações específicas em que todos os elementos de um conjunto são colocados em ordens diferentes, mas utilizando todos os elementos a cada ordem diferente, a cada troca, a cada permuta.

Um exemplo é quando vamos viajar em um grupo de 5 pessoas no carro de 5 lugares. Claro, consideramos aqui que todos os viajantes possam ocupar o acento do condutor.

Assim, acontecerá o que aconteceu em nosso exemplo da fila indiana. Temos 5 opções para escolher a pessoa para o primeiro acento, 4 opções para escolher quem ocupará o segundo acento, 3 para o terceiro, 2 para o penúltimo e apenas 1 opção para o último acento a ser ocupado.

Desse modo, temos n configurações diferentes para a viagem, a saber:

$$n = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$n = 5!$$

Quando vamos indicar uma permutação de n elementos, utilizamos a simbologia P_n.

Para o exemplo anterior, podemos dizer que

$$n = P_5 = 5!$$

Se expandirmos o raciocínio, podemos dizer que, para qualquer conjunto em que tenhamos a mesma característica de que falamos, o número de permutações possíveis é dado por

$$P_n = n!$$

Quando formos considerar a reordenação dos elementos de um conjunto, a ferramenta que deve vir em primeiro lugar na sua mente é a Permutação.

Vejamos alguns casos clássicos, que valem a retenção na memória.

AULA 06 – ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE 15

Um detalhe interessante é que esta questão trata de probabilidade em cima da permutação com restrição. Veja uma questão que apresentei no simulado premonição ESA 2023 (foi o último simulado antes dessa prova):

08. (Estratégia Militares 2022 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere todos os anagramas da palavra DEODORO. Escolhendo de forma aleatória um desses anagramas, qual é a probabilidade dele começar com a consoante D ou a consoante R?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{3}{7}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{5}{9}$

E) $\frac{4}{5}$

Simulado Premonição ESA – 2023 – Área Geral e Aviação

Obs.: Alguns alunos questionaram no sentido de as opções estarem em porcentagem, alegando que PORCENTAGEM asiu do edital. Discordo totalmente! Digo que, na aula de probabilidade, aula 06, página 40, abordamos o tema FREQUÊNCIA RELATIVA. Segue trecho da aula.

A frequência relativa é a porcentagem, a razão entre a frequência absoluta e o número de lançamentos totais.

Assim, podemos dizer que as frequências relativas dos números nos lançamentos são:

Comentário:

A probabilidade é dada pelos casos favoráveis sobre os casos totais.

Casos totais:

Existem 8! maneiras de ordenar os soldados para formar a fila.

Casos favoráveis:

Uma vez que os soldados Alfa e Bravo estão juntos, vamos contá-los como uma só posição na fila.

Porém, note que existe duas maneiras dos soldados ficarem juntos: Alfa na frente e Bravo atrás ou Alfa atrás e Bravo na frente.

Assim, existem 2.(7!) maneiras de ordenar os soldados para formar a fila.

Portanto, a probabilidade pedida é igual:

$$P = \frac{2.(7!)}{8!} = \frac{1}{4}$$

$$P = 25\%$$

Gabarito: B

Questão 08 - Versão C

8. O valor da soma dos elementos do conjunto solução da equação $|4x - 5| = 2x - 1$, é igual a:

a) 6

b) 3

c) 2

d) 5

e) 4

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT I

PDF: Aula 03, Pág. 05, tema - Equação Modular.

Questão que não pode esquecer da condição de existência. Além disso, o aluno deveria atentar ao que se pede: SOMA DAS SOLUÇÕES. Vimos no material tanto a teria quanto questões bem similares, observe:

3 – Equações Modulares

Para que possamos resolver equações modulares, faz-se necessário ter a definição de valor absoluto "na veia".

Por definição, temos que: equação modular é toda igualdade em que a variável real se encontra dentro do módulo.

Assim, tenha sempre em mente que:

$$\boxed{\begin{array}{c} |x| = a \Rightarrow \text{se } a \geq 0, \text{então, } \ \mathrm{x = a \ ou \ x = -a} \\ |x| = |b| \Rightarrow x = b \ ou \ x = -b \end{array}}$$

Veja uma questão desse material:

(EEAR-2002)

O número de elementos do conjunto solução da equação $|2x+5| = -4x+1$**, em R, é:**

a) 0

b) 1

c) 2

d) infinito

Comentário:

Temos como condição de existência de solução:

$$-4x+1 \geq 0$$

$$4x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{4}$$

Assim:

$$\begin{cases} 2x+5 = -4x+1 \\ 2x+5 = 4x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x = 3\text{, não satisfaz a condição} \end{cases}$$

Temos, apenas, uma solução.

Gabarito: B

Destaco que, na aula de premonição, foi apresentada uma questão que tratava de toda a teoria necessária para a resolução dessa questão na prova. Veja!

Estratégia Militares

(Mack-SP) A soma dos valores de x que satisfazem a igualdade $|x^2 - x - 2| = 2x + 2$ é:

a) 1.

b) 3.

c) -2.

d) 2.

e) -3.

$|x| = k$, $k \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = k \\ \text{ou} \\ x = -k \end{cases}$

$2x+2 \geq 0$

$2x \geq -2$

$\boxed{x \geq -1}$

$x^2 - x - 2 = 2x + 2$ ou $x^2 - x - \cancel{2} = -2x - \cancel{2}$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$\begin{cases} S = 3 \\ P = -4 \end{cases}$ 4 ; -1

$x^2 + x = 0$

$x(x+1) = 0$

$\boxed{x=0}$ ou $\boxed{x=-1}$

4 ; -1 ; 0

Prof. Ismael Santos

www.estrategiamilitares.com.br

Comentário:

Vamos separar em casos.

Caso 1) $4x - 5 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{5}{4}$

$$|4x - 5| = 4x - 5$$

Assim,

$$4x - 5 = 2x - 1$$

$x = 2$, se testarmos, veremos que satisfaz a equação.

Caso 1) $4x - 5 < 0 \rightarrow x < \frac{5}{4}$

$$|4x - 5| = -4x + 5$$

Assim,

$$-4x + 5 = 2x - 1$$

$x = 1$, se testarmos, veremos que satisfaz a equação.

Portanto, a soma das soluções é:

$$2 + 1 = 3$$

Gabarito: B

Questão 09 - Versão C

9. (Adaptada) Em uma determinada aula de Geometria Analítica, uma candidata do Concurso da ESA, da área da saúde, deparou-se com a seguinte situação $x^2 + y^2 = 2x + 2y - 1$. Ao desenvolver essa igualdade a estudante obteve:

a) Uma circunferência cujas coordenadas do centro são 1 e 1 e raio igual a 1.
b) Uma circunferência cujas coordenadas do centro são -1 e -1 e raio igual a 2.
c) Uma circunferência cujas coordenadas do centro são -1 e -1 e raio igual a $\sqrt{2}$.
d) Uma circunferência centrada na origem.
e) Nenhuma das alternativas anteriores

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT III

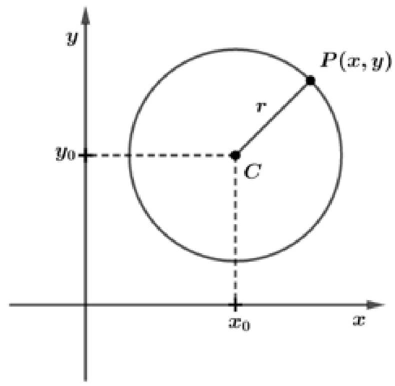
PDF: Aula 07, Pág. 04 e 05, tema - Circunferência.

Questão que pede o centro e o raio da circunferência apresentada por meio da equação geral. Vimos no material tanto a teria quanto questões bem similares, observe:

1.1. Circunferência

A circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistam de um ponto fixo. Esse ponto é chamado de centro da circunferência.

Seja λ a circunferência de centro $C(x_0, y_0)$ e r o seu raio. Se $P \in \lambda$, então, pela definição desse L.G., temos



$$\boxed{P \in \lambda \Leftrightarrow PC = r}$$

Sendo $P(x, y)$ um ponto qualquer de λ, podemos aplicar a fórmula da distância entre dois pontos:

$$\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = r$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, obtemos a **equação reduzida da circunferência**:

$$\boxed{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2}$$

Desenvolvendo-se a equação reduzida, obtemos a **equação geral da circunferência**:

$$\boxed{x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + (x_0^2 + y_0^2 - r^2) = 0}$$

Veja que pelo slide de aula a seguir, você teria total condições de resolver o problema dado pela banca,

... logo:

Eq. Reduzida $\Rightarrow (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

Eq. Geral $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xx_0 - 2yy_0 + x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 0$

* $x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = r^2$

↳ circunferência de $C(0;0)$

Prof. Ismael Santos

Dicas:

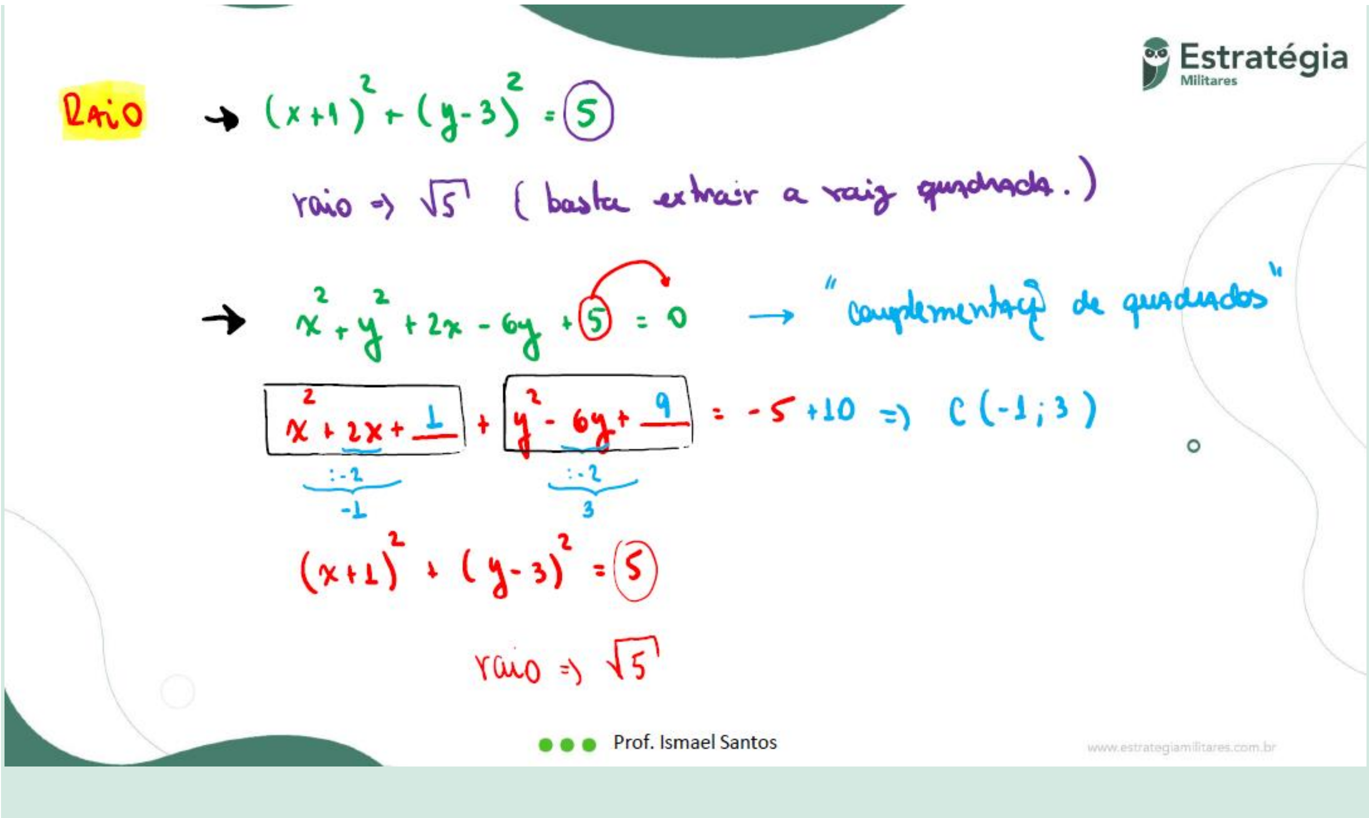
Centro → $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ ← Reduzida

$C(1;-2) \rightarrow$ com sinal trocado.

→ $x^2 + y^2 \underbrace{-2x}_{:-2 \,=\, 1} \underbrace{+4y}_{:-2 \,=\, -2} + 1 = 0$ ← Geral

$\Rightarrow C(1;-2)$

Prof. Ismael Santos



Comentário:

$$x^2 + y^2 = 2x + 2y - 1$$

Agrupando, temos:

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 1$$

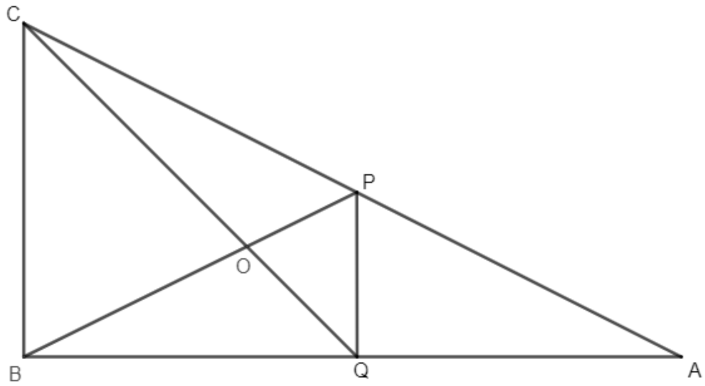
$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

A equação acima representa uma circunferência centrada em $(1; 1)$ e de raio igual a 1.

Gabarito: A

Questão 10 - Versão C

10.(Adaptada) Na figura, ΔABC é um triângulo retângulo em B, Q é o ponto médio de $\overline{AB}$. $\overline{QP}$ é paralelo a $\overline{BC}$. Sendo $\overline{AC} = 30\ cm$, qual é a medida de $\overline{PO}$?



a) $7\ cm$

b) $5\ cm$

c) $10\ cm$

d) $15\ cm$

e) $6\ cm$

ONDE VIMOS?

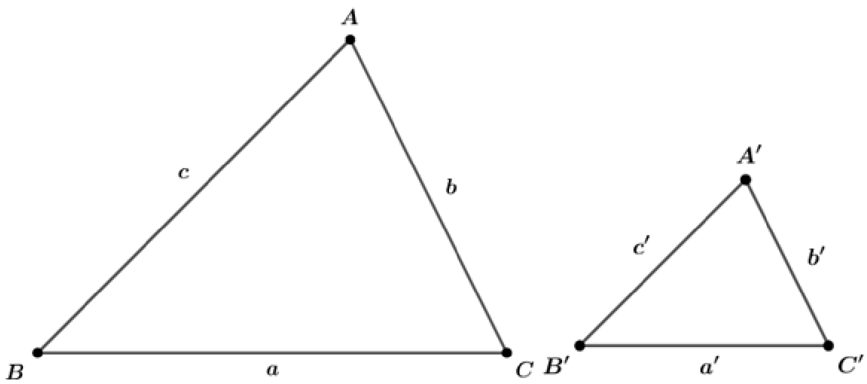
Extensivo ESA 2023 - MAT III

PDF: Aula 01, Pág. 14, 16 e 32, temas - Pontos Notáveis e Semelhança.

Questão que trata de semelhança diretamente, mas que pode ser resolvida de diversas formas dentro da geometria. A seguir, estão os prints da parte teórica necessária para a resolução do problema.

3.2.3. LLL (lado-lado-lado)

Se dois triângulos tiverem os lados correspondentes proporcionais entre si, então eles são semelhantes.

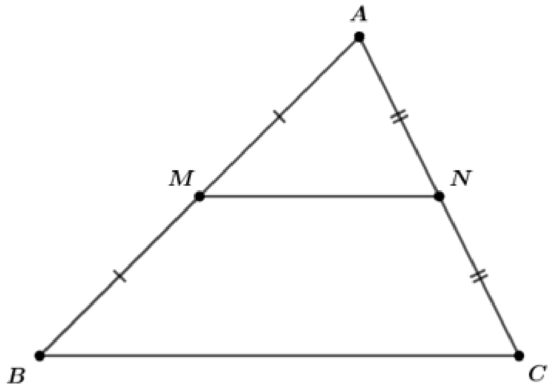


$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

AULA 01 – GEOMETRIA PLANA II 14

3.3.1. BASE MÉDIA

Seja ABC, um triângulo qualquer. Se M é o ponto médio do lado AB e N é o ponto médio do lado AC, temos:



Pelo Teorema de Tales, sendo $AM = MB$ e $AN = NC$:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN//BC$$

Desse modo:

$$M \equiv B \text{ e } N \equiv C$$

Pelo critério de semelhança AA, temos:

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC$$

A razão de proporção entre eles é $1/2$:

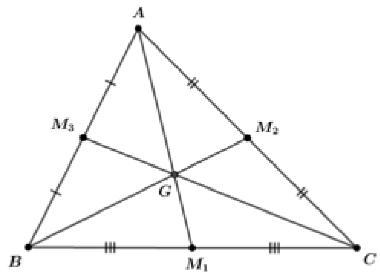
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

Se BC é a base do triângulo ABC, então MN é chamado de base média do triângulo ABC.

Tomando-se P, o ponto médio do lado BC e formando o triângulo MNP, encontramos:

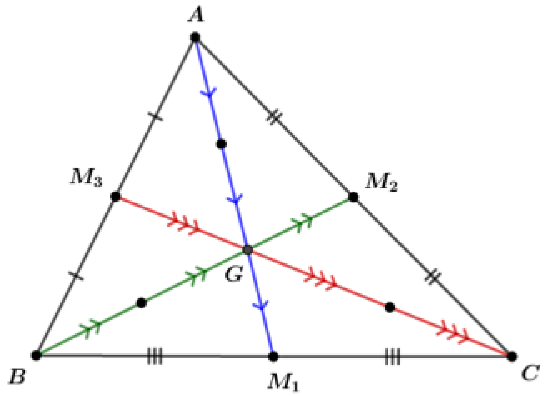
4.3. BARICENTRO

As três medianas de um triângulo interceptam-se num único ponto chamado de baricentro.



G é o baricentro do triângulo ABC.

Perceba que uma propriedade do baricentro é que ela divide as medianas na razão de 2/1:



$$AG = 2GM_1$$
$$BG = 2GM_2$$
$$CG = 2GM_3$$

Interessante que, temos uma questão que caiu no simulado premonição ESA 2023, BEM parecida, mas que pedia a área de um triângulo e não um segmento. Veja:

14. (Estratégia Militares 2022 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere um ΔABC, retângulo em A. Se $\overline{AB} = 5$ cm e $\overline{CN} = 12$ cm, com N sendo a projeção ortogonal sobre o lado $\overline{AC}$ do ponto médio M, que pertence a $\overline{BC}$, a área do ΔMNB, em cm², é:

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

E) 15

Comentários:

Pela construção do enunciado, tem-se:

Note que $\overline{MN}$ é base média, por isso:

$$\overline{MN} = \frac{5}{2}$$

Como M é ponto médio de BNC, as áreas valem:

$$S_{BMN} = S_{BNC}$$

$$S_{BNC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \frac{5}{2} = 15$$

$$S_{BMN} = 15 \text{ cm}^2$$

GABARITO: E.

Comentário:

Perceba que o triângulo AQP é semelhante ao triângulo ABC.

A razão de proporcionalidade é dada por:

$$\frac{AQ}{AB} = \frac{1}{2}$$

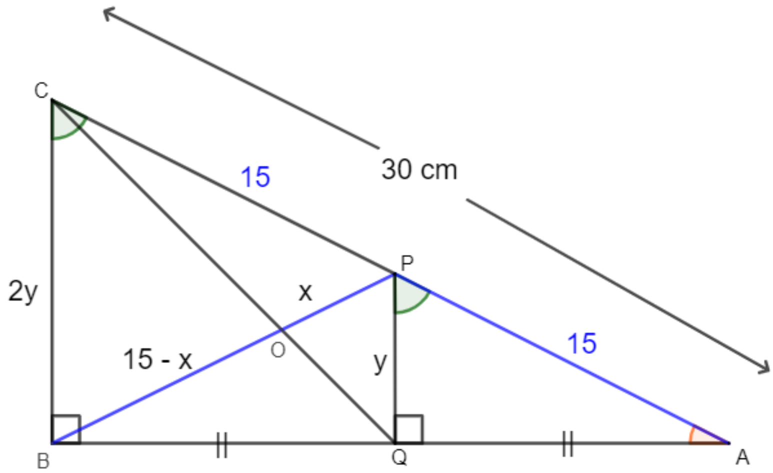
Com isso, as medidas dos lados de AQP valem metade das medidas dos lados de ABC.

Assim,

$$AP = \frac{AC}{2}$$

$$AP = \frac{30}{2}$$

$$AP = 15$$



Note, então, que P é ponto médio de AC.

Com isso, BP é mediana do triângulo ABC relativa à hipotenusa, ou seja, BP também vale 15.

Perceba também que CQ é mediana, uma vez que Q é ponto médio de AB.

Logo, o ponto O é o encontro de duas mediana, ou seja, O é baricentro do triângulo ABC.

Sabemos que o baricentro divide a mediana na razão 2:1, então:

$$\frac{15 - x}{x} = \frac{2}{1}$$

$$x = 5$$

Gabarito: B

Questão 11 - Versão C

11. **A nova sede da Escola de Sargentos do Exército (ESE) será construída na região metropolitana de Recife-PE. O marco zero dessa belíssima cidade encontra-se na região portuária denominada “Recife Antigo”. Ao realizar a medição em um mapa de escala 1:95000 cm, a distância entre o marco zero de Recife e o local de construção da nova sede da ESSE, encontramos 55 cm. A distância real, em quilômetros, entre esses dois pontos citados é de:**

a) $\mathbf{52,25\ Km}$

b) $\mathbf{42,5\ Km}$

c) $\mathbf{5,225\ Km}$

d) $\mathbf{45,2\ Km}$

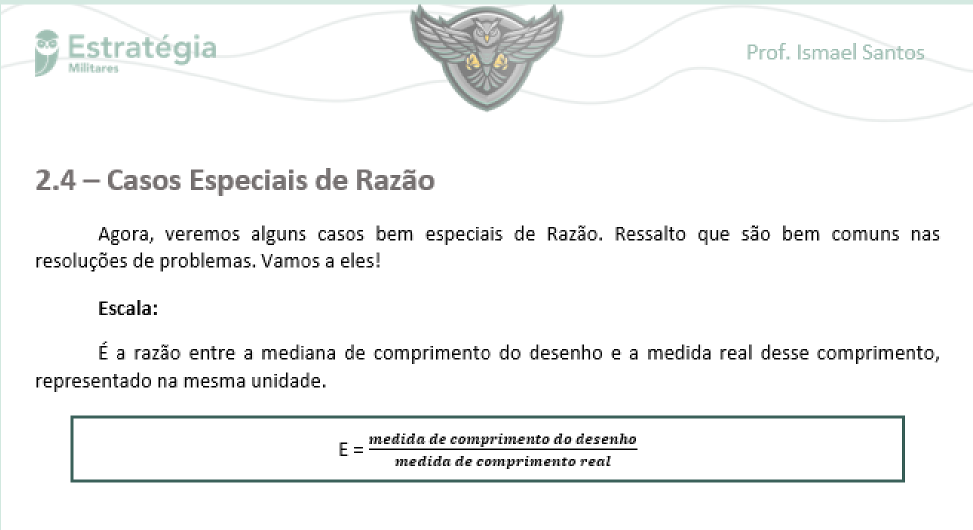
e) $\mathbf{42,25\ Km}$

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT BÁSICA

PDF: Aula 01, Pág. 20 e 21, tema – Razão (Escala).

Questão que trata de uma aplicação direta de regra de três. Tema que já caíram, recentemente, duas vezes na ESA: ESCALA. Observe o print da parte teórica e prática:



Estratégia Militares
Prof. Ismael Santos

2.4 – Casos Especiais de Razão

Agora, veremos alguns casos bem especiais de Razão. Ressalto que são bem comuns nas resoluções de problemas. Vamos a eles!

Escala:

É a razão entre a mediana de comprimento do desenho e a medida real desse comprimento, representado na mesma unidade.

$$E = \frac{\text{medida de comprimento do desenho}}{\text{medida de comprimento real}}$$

A escala da planta de um terreno, na qual o comprimento de 60 metros foi representado por um segmento de 3 cm, é:

a) 1 : 10.000

b) 1 : 2.000

c) 1 : 3.000

d) 1 : 6.000

e) 1 : 4.000

Como 60 metros equivalem a 60.000 centímetros, temos que:

$$E = \frac{3}{6000} = \frac{1}{2.000}$$

Comentário:

Da escala, sabemos que 1 cm no mapa vale 95000 cm no tamanho real.

Assim, fazendo a regra de 3, 55cm no mapa vale x cm na distância real:

$$\frac{95000}{1} = \frac{x}{55}$$

$$x = 5.225.000\ cm$$

Convertendo para km:

$$x = 52,25\ Km$$

Gabarito: A

Questão 12 - Versão C

12. **Os Batalhões de Inteligência Militar desenvolvem formas para o envio de mensagens secretas, sendo uma delas os códigos matemáticos que seguem os passos abaixo:**

1. O destinatário e o remetente possuem uma matriz chave C;

2. O destinatário recebe do remetente uma matriz P, tal que $MC = P$, onde M é a matriz da mensagem a ser codificada;

3. Cada número da matriz M corresponde a uma letra do alfabeto: $1 = a, 2 = b, 3 = c, \dots, 23 = z$;

4. Considerando o alfabeto com 23 letras, excluindo as letras k, w e y;

5. O número zero corresponde ao ponto de exclamação;

6. A mensagem é lida, encontrando a matriz M, fazendo correspondência número/letra e ordenando as letras por linhas da matriz conforme segue: $m_{11}m_{12}m_{13}m_{21}m_{22}m_{23}m_{31}m_{32}m_{33}$.

Considere as matrizes:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \; e \; P = \begin{pmatrix} 15 & 40 & 13 \\ 19 & 44 & 13 \\ 1 & -10 & 0 \end{pmatrix}$$

Com base nas informações descritas, qual alternativa apresenta a mensagem enviada por meio da matriz M?

a) Território!

b) Brasil!

c) Guerreiro!

d) Montanha!

e) Pantanal!

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT II

PDF: Aula 03, Pág. 12 e aula 04, pág., temas – Matrizes e Determinantes.

Questão que trata de conceitos de produto de matriz 3x3 com sua inversa. Poderia ter sido resolvida só por matrizes ou pela aula de determinantes. Veja a parte teórica no PDF e a parte prática por meio do exercício.

8 – Matriz Inversa

Considere $M_n(C)$ o conjunto das matrizes quadradas de ordem n com entradas complexas. Repare que esse conjunto possui elemento neutro para operação de multiplicação, uma vez que $AI = IA = A$, em que $I = I_n$ é a matriz identidade. Desse modo, I é considerado o elemento neutro da multiplicação.

Pelo que foi exposto, dizemos que B é a matriz inversa de A se $AB = BA = I_n$. Nesse caso, pode-se representar a matriz inversa por A^{-1}.

É importante lembrar que nem toda matriz possui inversa. Por exemplo, tentemos achar a matriz inversa de $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Nesse caso, queremos determinar uma matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, tal que:

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}a + 2b = 1\\2a + 4b = 0\end{cases}$$

ABSURDO!

- ✓ Teorema: Seja A uma matriz quadrada de ordem n; então a inversa de A, caso exista, é única.

Dem.: Sejam B e C inversas de A, tem-se:

$$B = B.I = B.(A.C) = (B.A).C = I.C = C$$

8.1 – Propriedades

Sejam A e B matrizes quadradas não singulares de ordem n, é $\alpha \neq 0$ um escalar, tem-se:

I) $(A^{-1})^{-1} = A$

II) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

III) $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha}A^{-1}$

IV) $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

Também cobrei inversa de 3x3 no SPRINT ESA 2.0. Veja:

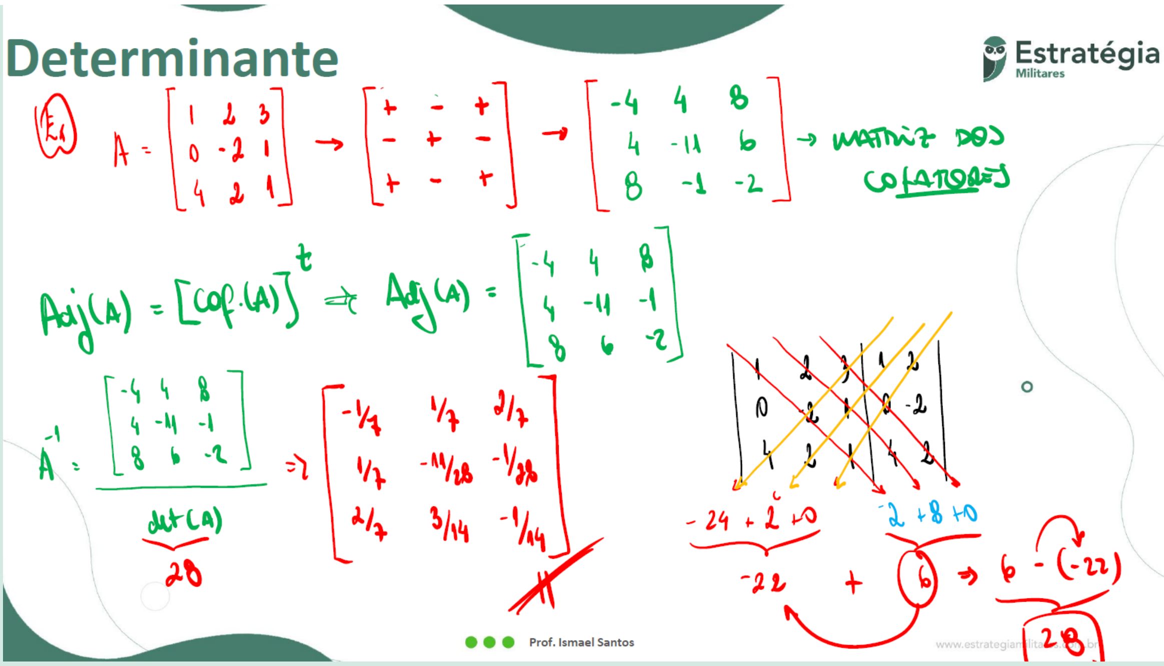
156. (Estratégia Militares 2022 – Inédita – Prof. Ismael Santos) A inversa da matriz a seguir é:

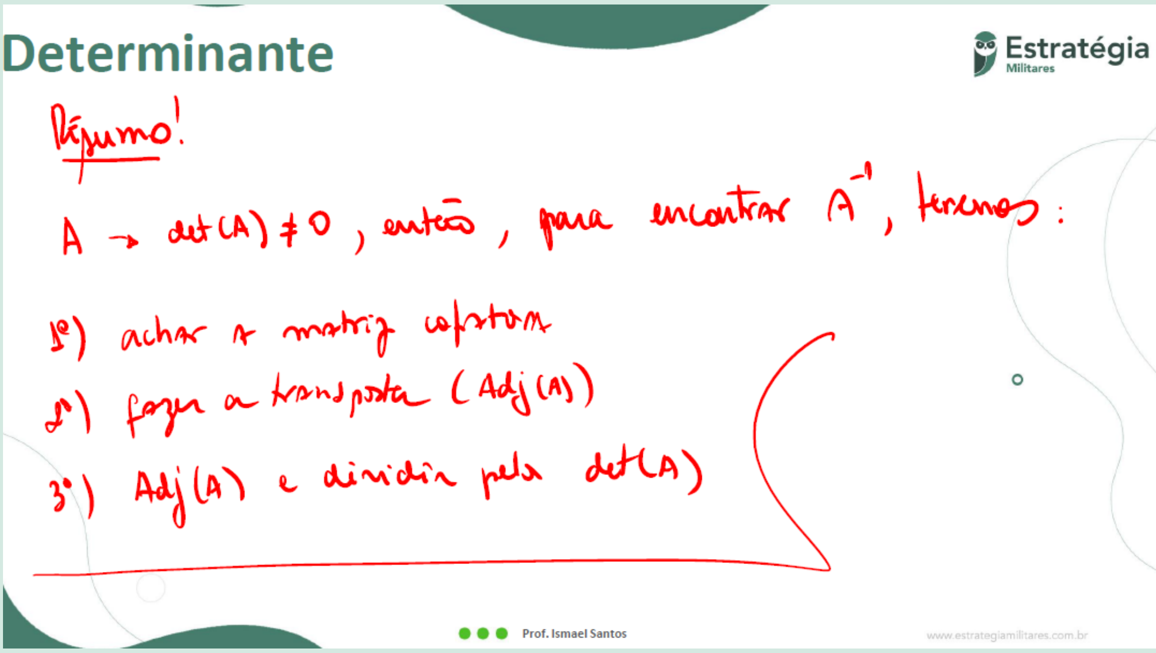
$$A = \begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\3 & -1 & 2\\5 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Estratégia Militares

Estratégia Militares **Caderno 4 – ESA – Prof. Ismael Santos** Matemática II - 2023 Estratégia Militares

Na videoaula, foi passado a parte teórica de como se achar uma matriz inversa 3x3, bem como foi dado um passo a passo para isso. Veja:





Comentário:

Do enunciado, temos que:

$$MC = P$$

Veja que o determinante de C é diferente de zero, ou seja, C possui inversa.

Com isso,

$$MCC^{-1} = PC^{-1}$$

$$M = PC^{-1}$$

Calculando a inversa de C:

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Logo,

$$CC^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+d & b+e & c+f \\ -d & -e & -f \\ 2d+g & 2e+h & 2f+i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Igualando os elementos:

$$\begin{cases} -d = 0 \rightarrow d = 0 \\ -e = 1 \rightarrow e = -1 \\ -f = 0 \rightarrow f = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + d = 1 \rightarrow a = 1 \\ b + e = 0 \rightarrow b = 1 \\ c + f = 0 \rightarrow c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d + g = 0 \rightarrow g = 0 \\ 2e + h = 0 \rightarrow h = 2 \\ 2f + i = 1 \rightarrow i = 1 \end{cases}$$

Logo,

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Então,

$$M = PC^{-1}$$

$$M = \begin{pmatrix} 15 & 40 & 13 \\ 19 & 44 & 13 \\ 1 & -10 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 15 & 1 & 13 \\ 19 & 1 & 13 \\ 1 & 11 & 0 \end{pmatrix}$$

Do enunciado,

$$15 = p$$

$$1 = a$$

$$13 = n$$

$$19 = t$$

$$1 = a$$

$$13 = n$$

$$1 = a$$

$$11 = l$$

$$0 = !$$

Portanto, a mensagem enviada foi: PANTANAL!

Gabarito: E

Questão 13 - Versão C

13. Considere uma progressão aritmética de razão r tal que $a_1 = r = \frac{1}{6}$. Nestas condições, considerando a matriz definida por $A = \begin{bmatrix} a_6 & a_{12} \\ a_7 & a_{14} \end{bmatrix}$, qual é o valor do determinante da matriz A:

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{11}{6}$

c) $\frac{13}{6}$

d) $\frac{7}{3}$

e) $\frac{5}{3}$

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT II

PDF: Aula 00, Pág. 11, temas - Termo Geral de P.A. e Determinante de Matrizes

Esta questão precisa de dois passos, basicamente: o 1° usando o termo geral e o segundo usando aplicando o det da matriz dada. Veja a parte teórica e uma questão bem parecida que estava no material.

Logo, o termo geral é:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

Exemplos

a) Podemos então, sempre escrever qualquer termo em função do primeiro de da razão da PA. Veja o exemplo abaixo:

$$a_2 = a_1 + r$$
$$a_3 = a_1 + 2r$$
$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$a_{20} = a_1 + 19r$$
$$a_{37} = a_1 + 36r$$

Observe nos exemplos acima que, sempre **o número que multiplica a razão é uma unidade a menos que o índice do termo geral a ser encontrado.** Porém, isso só se faz verdade ser o termo base for o primeiro, ou seja, o a_1. Pois, se por exemplo o termo base for o 4º termo, logo o número que multiplicar a razão será 4 unidades menor que o índice do termo geral.

Desta forma, podemos generalizar ainda mais a fórmula do termo geral, a saber:

$$a_n = a_m + (n-m).r$$

b) É importante observar que se $a_n = a_{n-1} + r$ então $r = a_n - a_{n-1}$, isto é, para obtermos a razão de uma PA, basta fazermos as diferenças entre um termo qualquer (a partir do 2º) e o anterior. Assim:

$$r = a_n - a_{n-1}$$

✓ **Determinante 2 x 2**

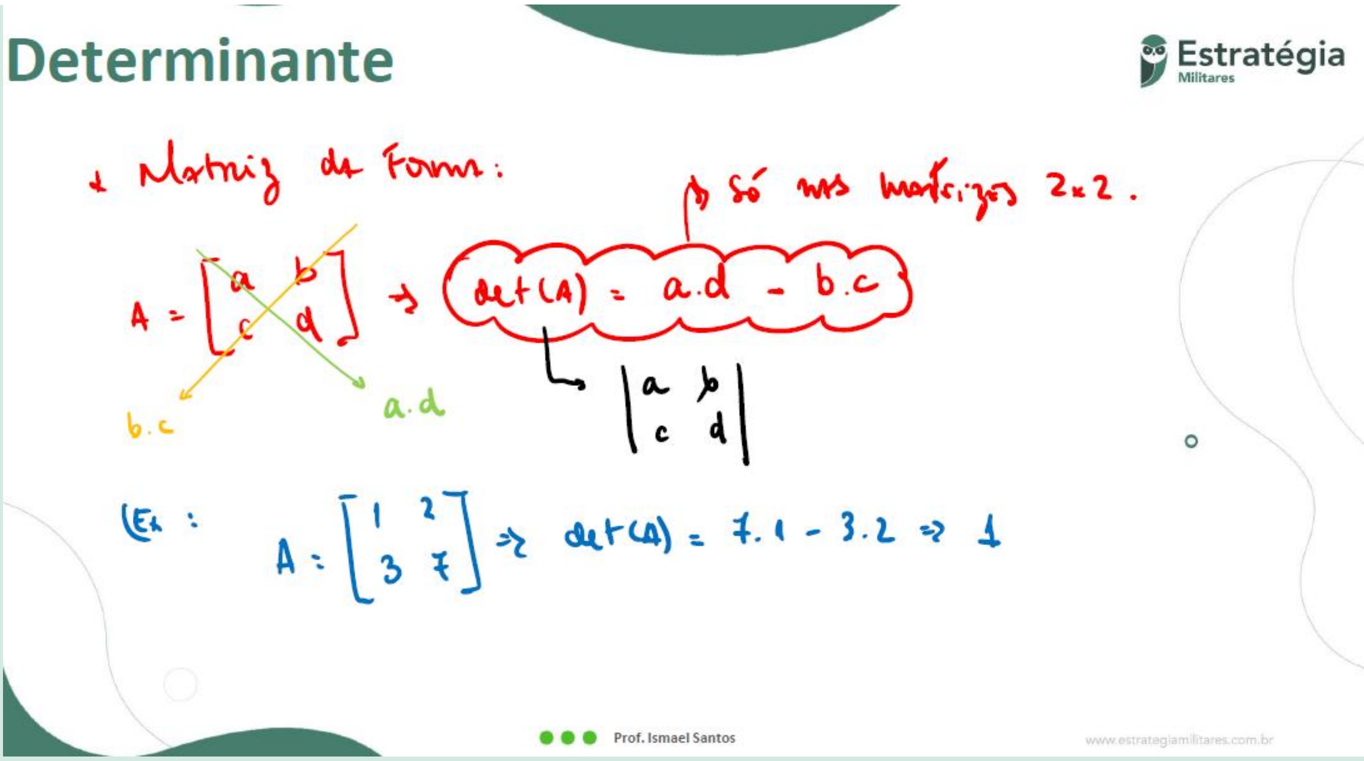
Seja $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. O determinante dessa matriz será o produto dos termos da diagonal principal subtraído do produto dos termos da diagonal secundária.

$$detA = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Vejamos como podemos calcular o determinante $\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 0.9 - 5.4 = 0 - 20 = -20$$

No slide:



Segue a questão que comentei:

49. (EEAR-2018)

Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ 2x & 4x-1 \end{pmatrix}$. Os termos $x-1, 2\,x, 4x-1$, são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética. Dessa forma, $detA$ é igual a

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Comentário:

Dada a progressão aritmética $(x-1, 2x, 4x-1)$, temos

$$4x = (x-1) + (4x-1)$$

$$x = 2$$

Dessa forma,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Por fim,

$$detA = 7 - 4 = 3.$$

Gabarito: C

Comentário:

Sabemos que:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Do enunciado:

$$a_1 = r = \frac{1}{6}$$

Então,

$$a_n = \frac{1}{6} + (n-1)\frac{1}{6}$$

$$a_n = \frac{n}{6}$$

Para n = 6:

$$a_6 = \frac{6}{6} = 1$$

Para n = 7:

$$a_7 = \frac{7}{6}$$

Para n = 12:

$$a_{12} = \frac{12}{6} = 2$$

Para n = 14:

$$a_{14} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

Logo, o determinante de $A = \begin{bmatrix} a_6 & a_{12} \\ a_7 & a_{14} \end{bmatrix}$ será:

$$detA = a_6.a_{14} - a_7.a_{12}$$

$$detA = 1.\frac{7}{3} - \frac{7}{6}.2$$

$$detA = 0$$

Gabarito: ANULADA.

Questão 14 - Versão C

14. A altitude (h) acima do nível do mar, em quilômetros, durante o voo de um avião é dada em função da pressão atmosférica p, em atm., por $h(p) = 30\log_{10}\left(\frac{1}{p}\right)$. Em determinado instante, a pressão atmosférica medida pelo altímetro desse avião era de 0,8 atm. Nesse instante, a altitude do avião, em quilômetros, considerando $\log_{10} 2 = 0,3$, era de:

a) 2

b) 9

c) 6

d) 3

e) 8

ONDE VIMOS?

Extensivo ESA 2023 - MAT I

PDF: Aula 02, Pág. 29 e pág. 32, tema - Função Logarítmica

Esta questão precisa de dois passos, basicamente: o 1° fazendo o valor numérico e o 2° aplicando as propriedades de log. Veja a parte teórica no material em PDF e uma questão muito parecida que tratei na aula premonição.

4.2 – Consequências da Definição

Considerando a definição de logaritmo e suas condições de existência, temos:

I. $log_a\, a = 1$, pois $a = a^1$; $a > 0$ e $a \neq 1$

II. $log_a\, 1 = 0$, pois $1 = a^0$; $a > 0$ e $a \neq 1$

III. $log_a\, a^k = k$, pois $a^k = a^k$; $a > 0$ e $a \neq 1$

IV. $a^{log_a b} = b$; a e $b > 0$ e $a \neq 1$

4.3 – Propriedades dos Logaritmos

Sendo a, b e c números reais e positivos, e $a \neq 1$, temos:

I) $log_a(b.c) = log_a\, b + log_a\, c$;

II) $log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a\, b - log_a\, c$;

5 – Função Logarítmica

5.1 – Introdução

Chama-se função logarítmica toda função f, de domínio $\mathbb{R}_+^*$ e contradomínio $\mathbb{R}$, que associa a cada número real positivo x o logaritmo $log_a\, x$, sendo a um número real positivo e diferente de 1.

$$\boxed{f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}\ tal\ que\ f(x) = log_a\, x\ , em\ que\ 0 < a \neq 1}$$

Exemplos:

1º) $f(x) = log_5\, x$

AULA 02 – FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA 32

Veja a questão que tratei na aula premonição ESA 2023.

Estratégia Militares

$I_1 \Rightarrow$ 80 decibéis

(UFC-CE) Suponha que o nível sonoro $\boldsymbol{\beta}$ e a intensidade $\boldsymbol{l}$ de um som estejam relacionados pela equação logarítmica $\boldsymbol{\beta = 120 + 10 \cdot log_{10}\, l}$, em que $\boldsymbol{\beta}$ é medido em decibéis e $\boldsymbol{l}$ em watts por metros quadrados. Seja $\boldsymbol{l_2}$ a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel com ar-condicionado. A razão $\frac{l_1}{l_2}$ é igual a:

a) $\frac{1}{10}$.

b) 1.

c) 10.

d) 100.

e) 1 000.

$80 = 120 + 10 \cdot log\, I_1$

$\cancel{10} \cdot log\, I_1 = -4\cancel{0}$

$log_{10}\, I_1 = -4 \quad . \quad \underline{\underline{I_1 = 10^{-4}}}$

$60 = 120 + 10 \cdot log\, I_2$

$\cancel{10} \cdot log_{10}\, I_2 = -6\cancel{0}$

$\underline{\underline{I_2 = 10^{-6}}}$

Prof. Ismael Santos

www.estrategiamilitares.com.br

Agora, segue uma questão da aula em PDF:

75. (EEAR-2008)

Estudando um grupo de crianças de uma determinada cidade, um pediatra concluiu que suas estaturas variavam segundo a fórmula $h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{i})$, onde h é a estatura (em metros), e i é a idade (em anos). Assim, segundo a fórmula, a estatura de uma criança de 10 anos dessa cidade é, em m,

a) $1,20$

b) $1,18$

c) $1,17$

d) $1,15$

Comentário:

Temos que

$$h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{10}) = \log 10^{1,2} = 1,2\ m$$

Gabarito: A

Comentário:

Do enunciado:

$$h(p) = 30 \log_{10}\left(\frac{1}{p}\right)$$

Para $p = 0,8$:

$$h(0,8) = 30 \log_{10}\left(\frac{1}{0,8}\right)$$

$$h(0,8) = 30 \log_{10}\left(\frac{10}{8}\right)$$

$$h(0,8) = 30[\log_{10} 10 - \log_{10} 8]$$

$$h(0,8) = 30[1 - \log_{10} 2^3]$$

$$h(0,8) = 30[1 - 3\log_{10} 2]$$

$$h(0,8) = 30[1 - 3(0,3)]$$

$$h(0,8) = 3$$

Gabarito: D