EPCAR 2023 - MATEMÁTICA
PROVA COMENTADA

Prof. Ismael Santos

Estratégia Militares

estrategiamilitares.com.br militares.estrategia.com

Questões Comentadas

33. Um aluno, ao finalizar a etapa inicial da formação básica, mais conhecida como ensino fundamental, pode levar consigo para o ensino médio o entendimento equivocado de alguns conceitos matemáticos.

Nas proposições abaixo, encontram-se algumas afirmações frequentemente enunciadas em sala de aula.

Analise e classifique corretamente cada uma quanto a ser (V) VERDADEIRA ou (F) FALSA, de acordo com conceitos matemáticos válidos.

( ) $\sqrt{16} = \pm 4$

( ) Na teoria dos conjuntos, o símbolo $\{\emptyset\}$ é usado para representar conjunto vazio.

( ) Escrever $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ é o mesmo que escrever $\{1, 2, 3\}$

( ) $\sqrt{-25}$ é um número que não existe.

( ) Se $x^2 - 4 = 0$, então $x = \pm 2$

Sobre as proposições, tem-se que

[A] uma é verdadeira e quatro são falsas.

[B] duas são verdadeiras e três são falsas.

[C] três são verdadeiras e duas são falsas.

[D] quatro são verdadeiras e uma é falsa.

Comentário:

(F) $\sqrt{16} = \pm 4$

Por definição, a raiz quadrada de um número natural é positiva, então:

$$\sqrt{16} = 4$$

(F) Na teoria dos conjuntos, o símbolo $\{\emptyset\}$ é usado para representar conjunto vazio.

O conjunto vazio pode ser representado das seguintes formas:

$$\emptyset \; ou \; \{\ \}$$

Logo, $\{\emptyset\}$ representa um conjunto unitário, cujo elemento é o próprio conjunto vazio.

(F) Escrever $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ é o mesmo que escrever $\{1, 2, 3\}$

Como $x \in \mathbb{R}$, o conjunto não é formado apenas por números inteiros.

Logo, também deve-se considerar os decimais.

(F) $\sqrt{-25}$ é um número que não existe.

A raiz quadrada de um número negativo existe, mas não pertence ao conjunto dos números reais. Como o enunciado não especificou o conjunto, toma-se como falsa.

(V) Se $x^2 - 4 = 0$, então $x = \pm 2$

Essa equação do segundo grau terá duas raízes:

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

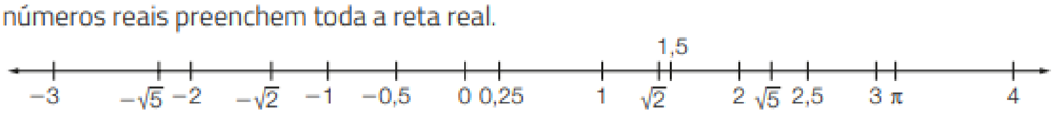
Obs.: Ainda que essa questão tenha gabarito, acredita-se que ela extrapola os conteúdos do ensino fundamental, bem como o que é descrito no edital como conteúdo programático.

Com base numa das bibliografias do edital (Matemática e Realidade – 9° ano – Editora Atual) é possível verificar que, na pág. 14, no capítulo que trata sobre o Conjuntos Numéricos Fundamentais, o limite para o aprendizado é o conjunto dos reais que, por sua vez, consoante *print* abaixo, define os reais como a reunião dos irracionais com os racionais. Veja:

Todo ponto da reta numérica corresponde a um número racional ou a um número irracional. Assim, todos os números racionais reunidos a todos os números irracionais formam o conjunto dos números reais, que indicamos por $\mathbb{R}$.

$$\mathbb{R} = \{x \mid \mathbf{x} \text{ é racional ou irracional}\}$$

Os números reais preenchem toda a reta real.



14 Unidade 1 | Números

Isso leva o aluno a crer que NÃO existe números além dos reais. O aprendizado é pautado na existência de números APENAS nas retas reais. Em nenhum momento é citado a existência dos números complexos, por outro lado, a explicação é limitada na não existência de "números extranhos" NOS REAIS. Veja:

Raiz quadrada

Você já sabe que a área de um quadrado é a medida do lado desse quadrado elevada ao quadrado. Assim, a medida, em metros, do lado do gramado da casa de Gabriela é o número positivo que elevado ao quadrado é igual a 2.

Esse número existe no conjunto dos números reais. Ele é representado por $\sqrt{2}$ e chama-se *raiz quadrada aritmética de 2*.

Raiz quadrada aritmética de um número real positivo **a** é o número positivo indicado por $\sqrt{a}$ que, elevado ao quadrado, resulta em **a**.

Por exemplo, $\sqrt{100} = 10$, porque 10 é o número positivo que, elevado ao quadrado, dá 100. De fato, $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$.

Nenhum número real elevado ao quadrado tem resultado negativo. Então, essa equação não tem solução no conjunto dos números reais (que indicamos por $\mathbb{R}$).

Para **a** negativo, $x^2 = a$ não tem solução em $\mathbb{R}$.

Equações como $x^2 = -4$, $x^4 = -16$, $x^8 = -1$ não apresentam solução real, uma vez que nenhum número real elevado a um expoente par dá resultado negativo.

Para **a** negativo e **n** par, $x^n = a$ não tem solução (ou raiz) real.

Os zeros da função quadrática

As raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são denominadas *zeros* da função $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Zeros de uma função **f** são os valores de **x** para os quais $f(x) = 0$.

Conforme o sinal de Δ, $\Delta = b^2 - 4ac$, teremos um dos seguintes casos:

$\Delta > 0$: f(x) tem dois zeros
$\Delta = 0$: f(x) tem um único zero
$\Delta < 0$: f(x) não tem zeros

Por exemplo, sendo $f(x) = x^2 - 4x + 3$, temos $\Delta = 4$, e os zeros de **f** são 3 e 1.

340 Unidade 7 | Funções

Perceba que a todo momento o aluno é induzido a acreditar que números que não são reais de fato NÃO existem. Como o enunciado da questão deixa claro em solicitar a resposta correta de acordo com os conceitos de matemática válidos o item é falso, vide gabarito preliminar, porém, por extrapolar o conteúdo do edital, solicita-se a ANULAÇÃO da questão por ir além do conteúdo programático do edital.

Gabarito: A – PASSÍVEL DE ANULAÇÃO.

---

34. Na fazenda FAZ DE CONTA, 25% dos equinos pensam ser bovinos e 30% dos bovinos pensam ser equinos. O restante de equinos e bovinos pensam ser o que realmente são. O dono da fazenda decidiu então chamar um "psicólogo veterinário", que resolveu testar todos os equinos e bovinos. Ao final da testagem, o veterinário concluiu que 50% do total de animais pensavam ser equinos.

A porcentagem de animais testados pelo veterinário que eram realmente bovinos é, aproximadamente, igual a

[A] 59%

[B] 55%

[C] 50%

[D] 44%

Comentário:

Número de equinos = E.

Número de bovinos = B.

Com isso, o total de animais é igual a E+B.

Se 25% dos equinos pensam ser bovinos, então 75% dos equinos pensam ser equinos.

Do enunciado, 30% dos bovinos pensam ser equinos.

Também do enunciado, 50% do total de animais pensavam ser equinos.

Logo,

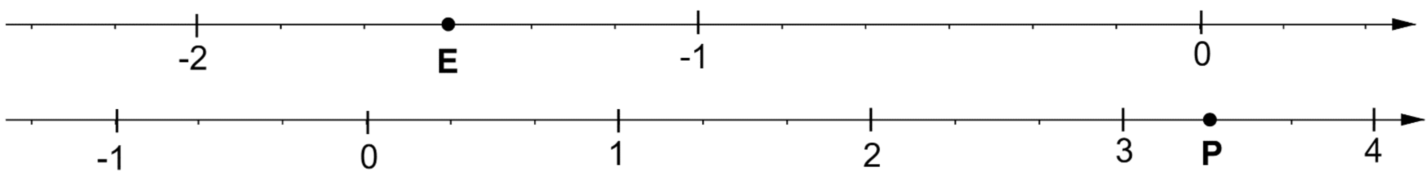
$$50\%(E+B) = 30\%B + 75\%E$$
$$(50-30)B = (75-50)E$$
$$4B = 5E$$
$$E = \frac{4B}{5}$$

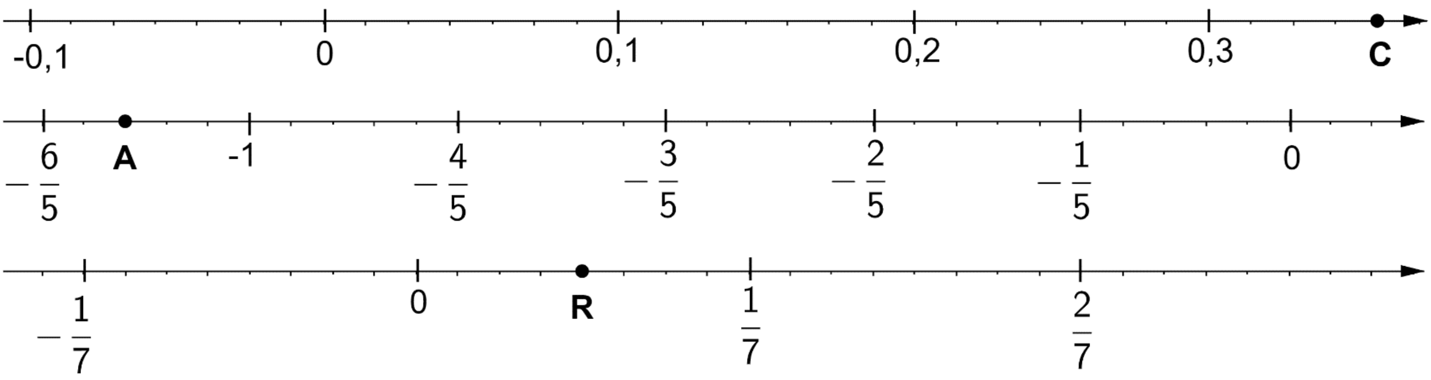
Portanto, a porcentagem de bovinos é dada por:

$$\frac{número\ de\ bovinos}{total\ de\ animais} =$$
$$\frac{B}{E+B} =$$
$$\frac{B}{\frac{4B}{5}+B} =$$
$$\frac{5}{9} \cong 55\%$$

Gabarito: B

35. As letras E, P, C, A e R, representadas nas retas a seguir, simbolizam números reais.





Em cada um das retas, os intervalos entre dois números inteiros consecutivos foi dividido em quantidade igual de partes.

O produto dos números E, P, C, A e R

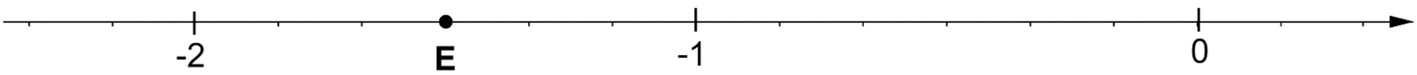
[A] está entre R e C.

[B] está entre A e R.

[C] está entre C e P.

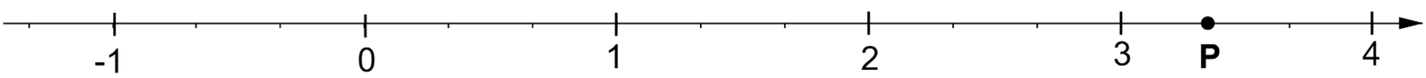
[D] é maior que P.

Comentário:



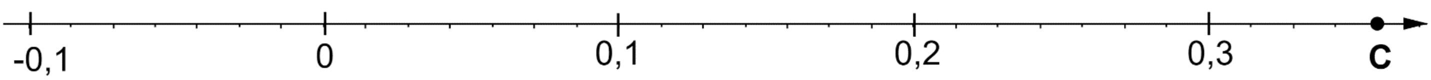
E está na metade da distância entre -2 e -1, assim:

$$E = -1{,}5 = -\frac{3}{2}$$



O intervalo entre 3 e 4 foi dividido em 3 partes iguais, assim:

$$P = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$



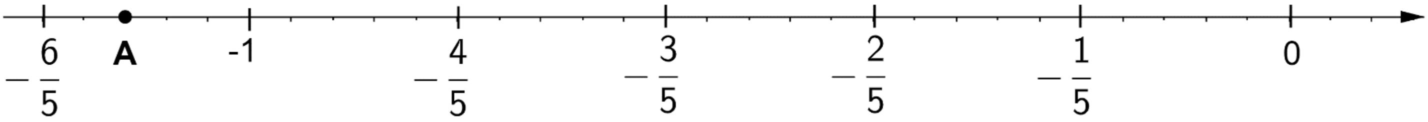
O intervalo entre 0 e 0,1 foi dividido em 7 parte iguais.

Com isso, cada parte representa:

$$\frac{1}{7}.0,1$$

Como C está no 4º espaço depois do 0,3, tem-se que:

$$C = 0,3 + \frac{4}{7}.0,1 = \frac{5}{14}$$



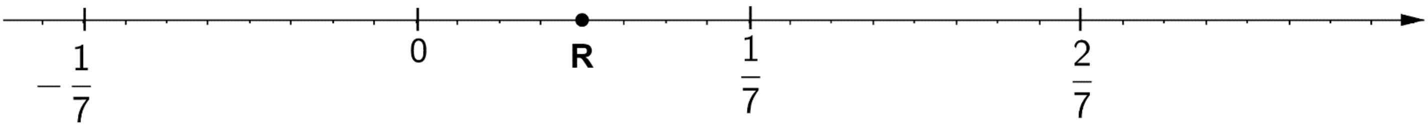
O intervalo entre 0 e $-\frac{1}{5}$ foi dividido em 5 parte iguais.

Com isso, cada parte representa:

$$\frac{1}{5}.\frac{1}{5}$$

Como A está no 3º espaço antes do -1, tem-se que:

$$A = -1 - \frac{3}{5}.\frac{1}{5} = -\frac{28}{25}$$



R está na metade da distância entre 0 e $\frac{1}{7}$.

Logo,

$$R = \frac{1}{2}.\frac{1}{7} = \frac{1}{14}$$

Portanto, o produto dos números E, P, C, A e R é:

$$E \times P \times C \times A \times R =$$

$$-\frac{3}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{5}{14} \times -\frac{28}{25} \times \frac{1}{14} =$$

$$\frac{1}{7}$$

Perceba que:

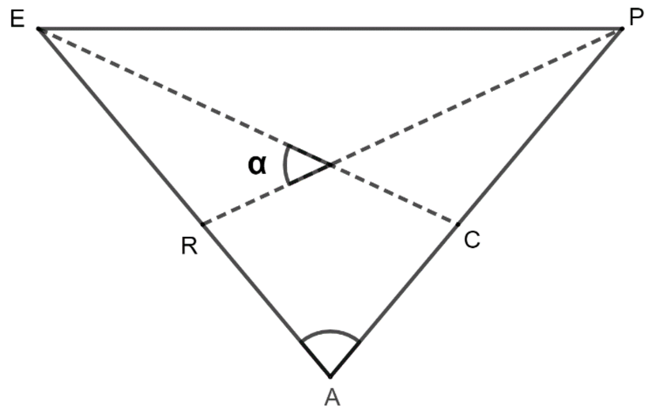
$$\frac{1}{14} < \frac{1}{7} < \frac{5}{14}$$

$$R < \frac{1}{7} < C$$

Está entre R e C.

Gabarito: A

36. No triângulo da figura abaixo, o ângulo $E\hat{A}P$ mede 80° e $\overline{PR}\ e\ \overline{EC}$ são bissetrizes dos ângulos $E\hat{P}A\ e\ A\hat{E}P$, respectivamente.



A medida do ângulo α, em graus, é igual a

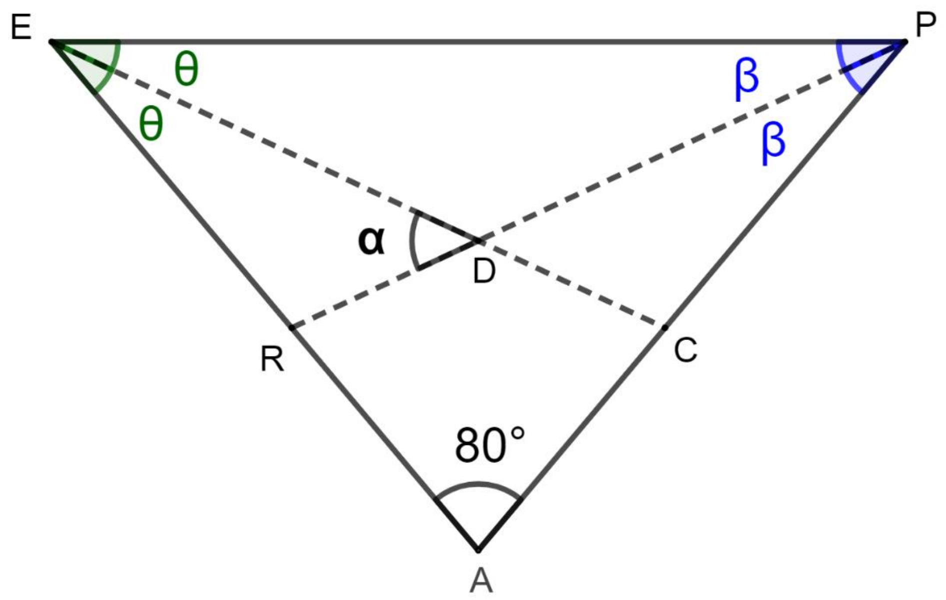
[A] $35°$

[B] $40°$

[C] $45°$

[D] $50°$

Comentário:



Como $\overline{PR}\ e\ \overline{EC}$ são bissetrizes, podemos dizer que:

$$A\hat{E}C = C\hat{E}P = \theta$$

$$A\hat{P}R = R\hat{P}E = \beta$$

Assim, a soma dos ângulos internos do ΔAPE é igual a 180°:

$$2\theta + 2\beta + 80° = 180°$$

$$\theta + \beta = 50°$$

Perceba que α é ângulo externo de D no ΔEDP.

Assim,

$$\alpha = \theta + \beta$$

$$\alpha = 50°$$

Dica! Poderíamos usar a seguinte fórmula:

$$\widehat{D} = 90° + \frac{A}{2}$$

Assim, teríamos:

$$\widehat{D} = 90° + \frac{80°}{2} = 130°$$

Fazendo o suplemento, temos:

$$\alpha = 180° - 130° = 50°$$

Gabarito: D

37. Nas aulas de Educação Física de uma escola, todos os alunos devem escolher uma ou duas mobilidades esportivas daquelas que são ofertadas. A escolha deve obedecer a três critérios:

1º CRITÉRIO: Se o aluno deseja escolher um único esporte praticado coletivamente, então as modalidades ofertadas são: futebol, basquete, vôlei e handebol.

2º CRITÉRIO: Se o aluno deseja escolher um único esporte praticado individualmente, então as modalidades ofertadas são: natação, atletismo, xadrez e esgrima.

3º CRITÉRIO: Se o aluno deseja escolher duas modalidades, uma coletiva e o=outra individual, então ele pode escolher somente entre as seguintes duplas: futebol e natação, basquete e atletismo, vôlei e xadrez ou handebol e esgrima.

Em 2022, as escolhas de todos os alunos da escola estão nas três tabelas a seguir.

ESPORTE COLETIVO QUANTIDADE DE ALUNOS			
FUTEBOL	BASQUETE	VÔLEI	HANDEBOL
24	16	12	10

ESPORTE INDIVIDUAL QUANTIDADE DE ALUNOS			
NATAÇÃO	ATLETISMO	XADREZ	ESGRIMA
28	10	5	11

UM ESPORTE COLETIVO E UM ESPORTE INDIVIDUAL QUANTIDADE DE ALUNOS

FUTEBOL E NATAÇÃO	BASQUETE E ATLETISMO	VÔLEI E XADREZ	HANDEBOL E ESGRIMA
10	6	2	7

Se todos os três critérios de escolha forem obedecidos, então a porcentagem daqueles alunos que escolheram um único esporte praticado coletivamente, em relação ao total de alunos,

[A] $\acute{e}\ menor\ que\ 15\%$

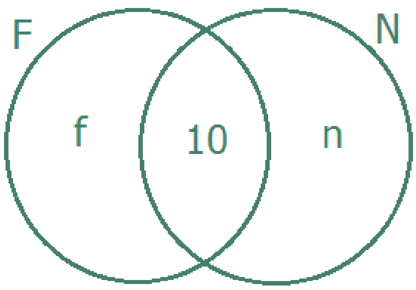
[B] $est\acute{a}\ entre\ 15\%\ e\ 30\%$

[C] $est\acute{a}\ entre\ 30\%\ e\ 45\%$

[D] $est\acute{a}\ entre\ 45\%\ e\ 60\%$

Comentário:

Observe o diagrama para Futebol e Natação:



Da tabela, o número de alunos que escolheram esses dois esportes é igual a 10.

Também da tabela, o número de alunos que escolheram futebol é igual a 24:

$$24 = f + 10$$

$$f = 14$$

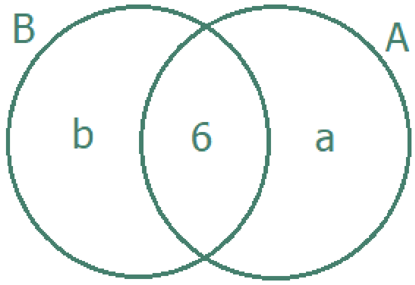
Além disso, o número de alunos que escolheram natação é igual a 28:

$$28 = n + 10$$

$$n = 18$$

Total de alunos que praticam futebol ou natação: $14 + 10 + 18 = 42$

Observe o diagrama para Basquete e Atletismo:



Da tabela, o número de alunos que escolheram esses dois esportes é igual a 6.

Também da tabela, o número de alunos que escolheram basquete é igual a 16:

$$61 = b + 6$$

$$b = 10$$

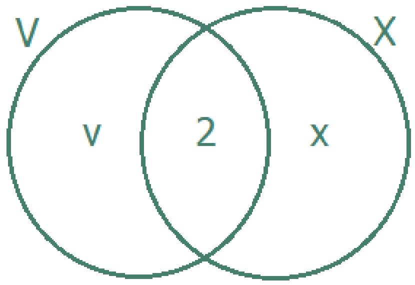
Além disso, o número de alunos que escolheram atletismo é igual a 10:

$$10 = a + 6$$

$$a = 4$$

Total de alunos que praticam basquete ou atletismo: $10 + 6 + 4 = 20$

Observe o diagrama para Vôlei e Xadrez:



Da tabela, o número de alunos que escolheram esses dois esportes é igual a 2.

Também da tabela, o número de alunos que escolheram vôlei é igual a 12:

$$12 = v + 2$$

$$v = 10$$

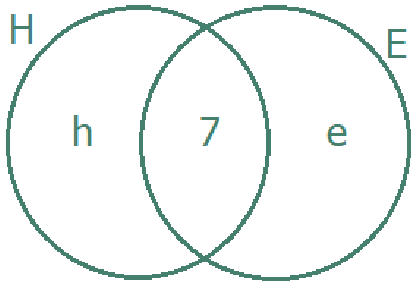
Além disso, o número de alunos que escolheram xadrez é igual a 5:

$$5 = x + 2$$

$$x = 3$$

Total de alunos que praticam vôlei ou xadrez: $10 + 2 + 3 = 15$

Observe o diagrama para Handebol e Esgrima:



Da tabela, o número de alunos que escolheram esses dois esportes é igual a 7.

Também da tabela, o número de alunos que escolheram handebol é igual a 10:

$$10 = h + 7$$

$$h = 3$$

Além disso, o número de alunos que escolheram esgrima é igual a 11:

$$11 = e + 7$$

$$e = 4$$

Total de alunos que praticam handebol ou esgrima: $3 + 7 + 4 = 14$

Logo, o número de alunos que escolheram um único esporte praticado coletivamente é:

$$f + b + v + h = 14 + 10 + 10 + 3 = 37$$

O total de alunos é:

$$42 + 20 + 15 + 14 = 91$$

Portanto, a porcentagem daqueles alunos que escolheram um único esporte praticado coletivamente, em relação ao total de alunos é:

$$\frac{37}{91} = 40{,}66\%$$

Gabarito: C

38. Há cinco anos, a população de Sucupira era igual à população que Vila da Mata tem hoje. De lá para cá, a população de Sucupira não mudou, mas a população de Vila da Mata cresceu 30%. Hoje, a soma das duas populações é igual a 260.000 habitantes.

A soma do número de habitantes dessas duas cidades há cinco anos é igual a

[A] 100.000

[B] 130.00

[C] 200.000

[D] 230.000

Comentário:

Podemos montar a seguinte tabela:

$População$	$Sucupira$	$Vila\ da\ Mata$
$Há\ 5\ anos$	S	M
$Hoje$	S	S

Hoje, a soma das duas populações é igual a 260.000 habitantes.

Então,

$$S + S = 260.000$$

$$S = 130.000$$

A população de Vila da Mata cresceu 30%, logo:

$$S = 1{,}3M$$

$$130.000 = 1{,}3M$$

$$M = 100.000$$

A soma do número de habitantes dessas duas cidades há cinco anos é igual a:

$$S + M = 130.000 + 100.000$$

$$S + M = 230.000$$

Gabarito: D

---

39. O produto das raízes da equação $\frac{3a-4}{a^2-16} = \frac{1}{a-4} - \frac{2-a}{a^2-8a+16}$, na incógnita $\boldsymbol{a}$, com $a \neq \pm 4$, é igual a

[A] $\frac{40}{3}$

[B] 40

[C] $\frac{10}{3}$

[D] 18

Comentário:

$$\frac{3a-4}{a^2-16} = \frac{1}{a-4} - \frac{2-a}{a^2-8a+16}$$

Perceba que:

$$a^2 - 16 = (a-4)(a+4)$$

$$a^2 - 8a + 16 = (a-4)^2$$

Então,

$$\frac{3a-4}{(a-4)(a+4)} = \frac{1}{a-4} - \frac{2-a}{(a-4)^2}$$

Multiplicando os dois lados da equação por $(a-4)^2.(a+4)$, tem-se:

$$(3a-4)(a-4) = (a-4)(a+4) - (2-a)(a+4)$$

Resolvendo as multiplicações, tem-se:

$$a^2 - 18a + 40 = 0$$

Usando a relação de Girard, o produto das raízes é:

$$\frac{c}{a} = 40$$

Gabarito: B

---

40. Considere:

- ABCD um quadrado cujo lado mede x cm;
- M e N pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ do quadrado, respectivamente;
- M, N e L alinhados;
- $\overline{MN} = \overline{NL}$;
- MLK um triângulo isósceles de base $\overline{MK}$; e
- $A, M\ B\ e\ K$ alinhados.

A medida $\overline{MK}$, em função de **x**, em cm, é igual a

[A] $\frac{x}{2}$

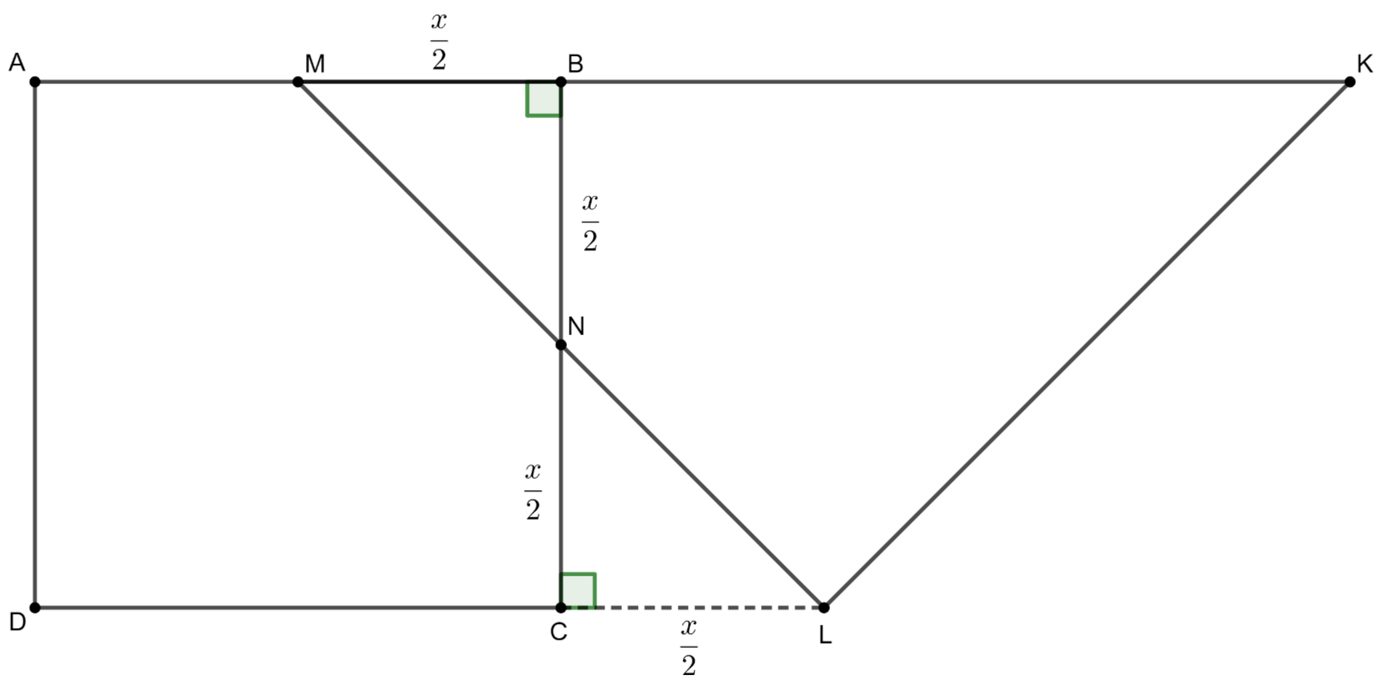
[B] x

[C] $x\sqrt{2}$

[D] $2x$

Comentário:

Seguindo as instruções dadas no enunciado, podemos montar a seguinte figura:



Como o ΔMLK é isósceles,

$$\overline{ML} = \overline{LK}$$

Por Pitágoras, calculamos o comprimento $\overline{MN}$:

$$\overline{MN}^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\overline{MN} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

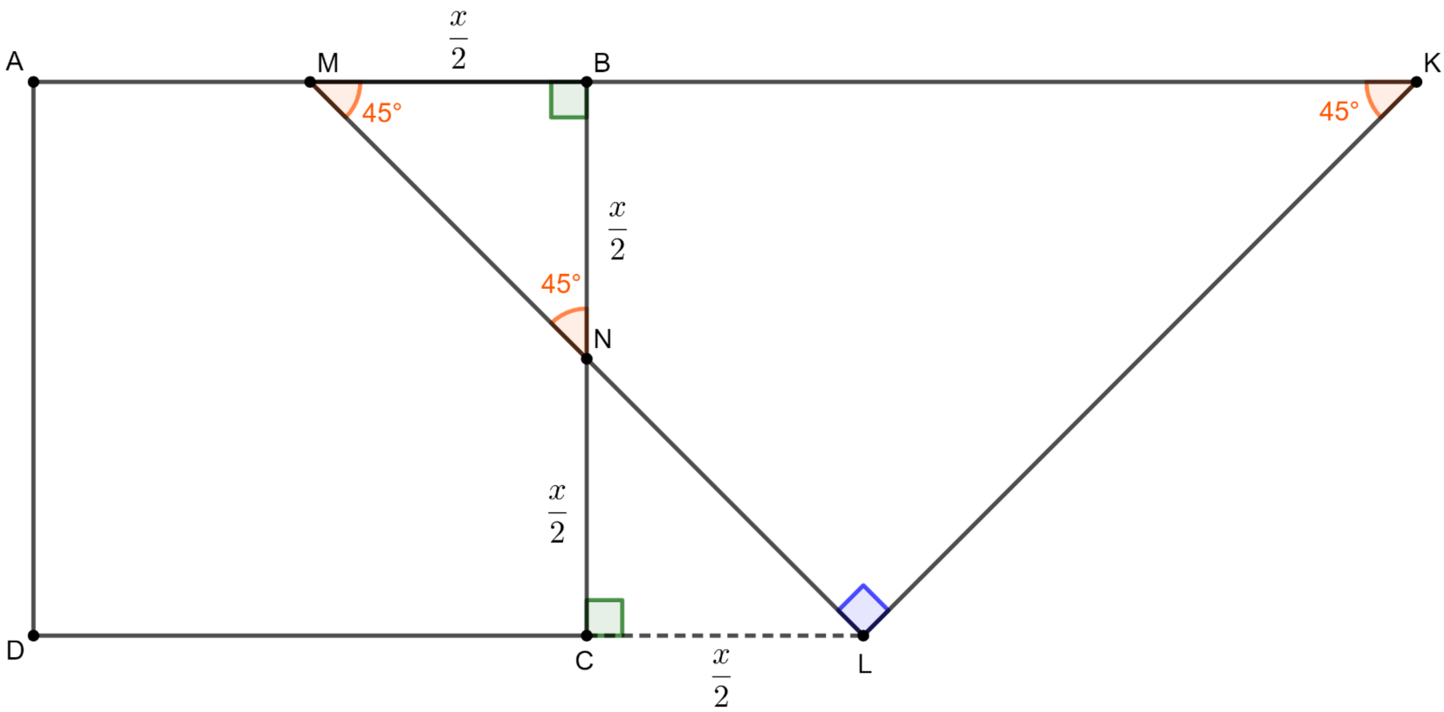
Com isso,

$$\overline{ML} = 2\overline{MN}$$

$$\overline{ML} = x\sqrt{2}$$

$$\overline{LK} = \overline{ML} = x\sqrt{2}$$

Agora, vamos analisar os ângulos:



O ângulo $B\widehat{M}N = B\widehat{N}M = 45°$.

Uma vez que o triângulo MLK é isósceles, os ângulos da base têm mesma medida.

Assim,

$$M\widehat{K}L = K\widehat{M}L = 45°$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos que o ângulo $M\hat{L}K = 90°$.

Com isso, vamos calcular o comprimento $\overline{MK}$ pelo teorema de Pitágoras:

$$\overline{ML}^2 + \overline{LK}^2 = \overline{MK}^2$$

$$\left(x\sqrt{2}\right)^2 + \left(x\sqrt{2}\right)^2 = \overline{MK}^2$$

$$\overline{MK} = 2x$$

Gabarito: D

---

41. Sejam **x** e **y** dois números reais tais que $0 < x < y < 1$

Se $A = \dfrac{\frac{x^2-x}{x^2-2x+1} : \frac{2x+2}{x^2-1}}{\left(x+\frac{5-x}{1+5x}\right) : \left(1-\frac{5x-x^2}{1+5x}\right)}$ e $B = \dfrac{1+y^2}{1+\frac{1}{y^2}}$, então é correto afirmar, necessariamente, que

[A] $10A.B > 1$

[B] $10A + \sqrt{B} > 1$

[C] $\dfrac{\sqrt{B}}{10A} > 1$

[D] $\sqrt{B} - 10A > 1$

Comentário:

Vamos simplificar a expressão A.

$$A = \frac{\dfrac{x^2-x}{x^2-2x+1} : \dfrac{2x+2}{x^2-1}}{\left(x+\dfrac{5-x}{1+5x}\right) : \left(1-\dfrac{5x-x^2}{1+5x}\right)}$$

$$A = \frac{\dfrac{x(x-1)}{(x-1)^2} : \dfrac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)}}{\left(\dfrac{x+5x^2+5-x}{1+5x}\right) : \left(\dfrac{1+5x-5x+x^2}{1+5x}\right)}$$

Como $x \neq 1\ e\ x \neq -1$, podemos cancelar os termos $(x-1)\ e\ (x+1)$

$$A = \frac{\frac{x}{x-1} : \frac{2}{x-1}}{\frac{5(x^2+1)}{1+5x} : \frac{x^2+1}{1+5x}}$$

$$A = \frac{\frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{2}}{\frac{5(x^2+1)}{1+5x} \times \frac{1+5x}{x^2+1}}$$

$$A = \frac{\frac{x}{2}}{5}$$

$$A = \frac{x}{10}$$

Agora vamos simplificar a expressão B:

$$B = \frac{1+y^2}{1+\frac{1}{y^2}}$$

$$B = \frac{1+y^2}{\frac{y^2+1}{y^2}}$$

$$B = y^2$$

Portanto,

$$\frac{\sqrt{B}}{10A} = \frac{\sqrt{y^2}}{x}$$

Já que $0 < x < y < 1$, y é positivo.

Assim,

$$\sqrt{y^2} = y$$

e

$$\frac{\sqrt{B}}{10A} = \frac{y}{x}$$

Do enunciado,

$$x < y$$

$$1 < \frac{y}{x}$$

Finalmente,

$$\frac{\sqrt{B}}{10A} > 1$$

Gabarito: C

---

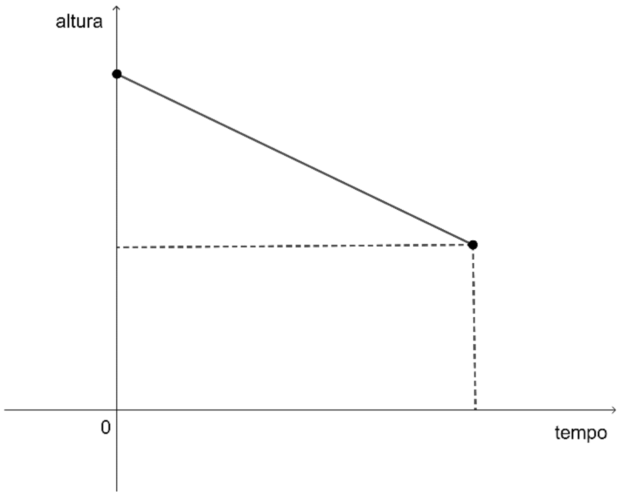
42. Uma caixa d'água em forma de paralelepípedo reto retângulo possui um sistema simples de aferição do volume de água que pode ser construído de acordo com as seguintes instruções:

- Amarrar uma garrafa plástica vazia e fechada na extremidade de uma linha e amarrar um peso simples na outra extremidade da mesma linha;
- Com a caixa d'água vazia, jogar a garrafa dentro deixando a extremidade como peso fora da caixa e marcar na parede externa, a altura alcançada pelo peso em relação ao fundo da caixa, com a linha esticada;
- Encher a caixa d'água, mantendo-se a garrafa boiando na superfície as água, até o limite da caixa, quando, novamente, marca-se, na parede externa, a altura alcançada pelo peso em relação ao fundo da caixa, mantendo-se a linha esticada.

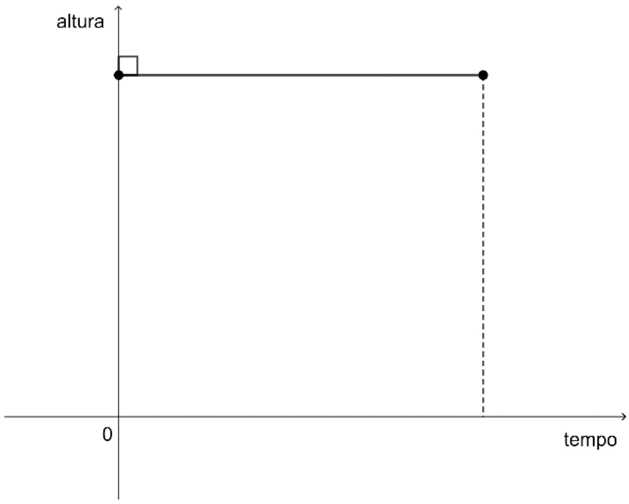
Considere que a caixa receberá água, com uma vazão constante, até encher.

Esse sistema simples de aferição fornece uma relação entre o tempo para encher a caixa e a altura do peso em relação ao fundo da caixa.

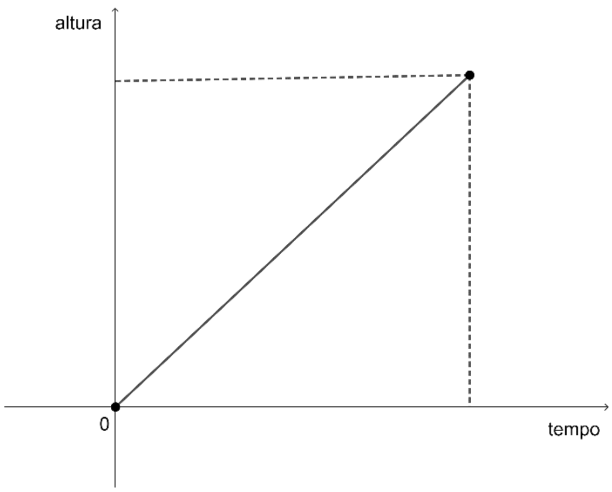
Um gráfico que pode expressar essa relação desde o momento em que não há água na caixa até quando ela está cheia é melhor representado em:



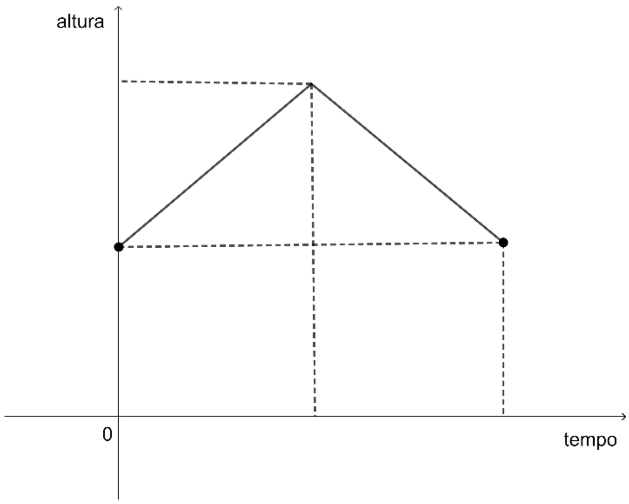
[A]



[B]

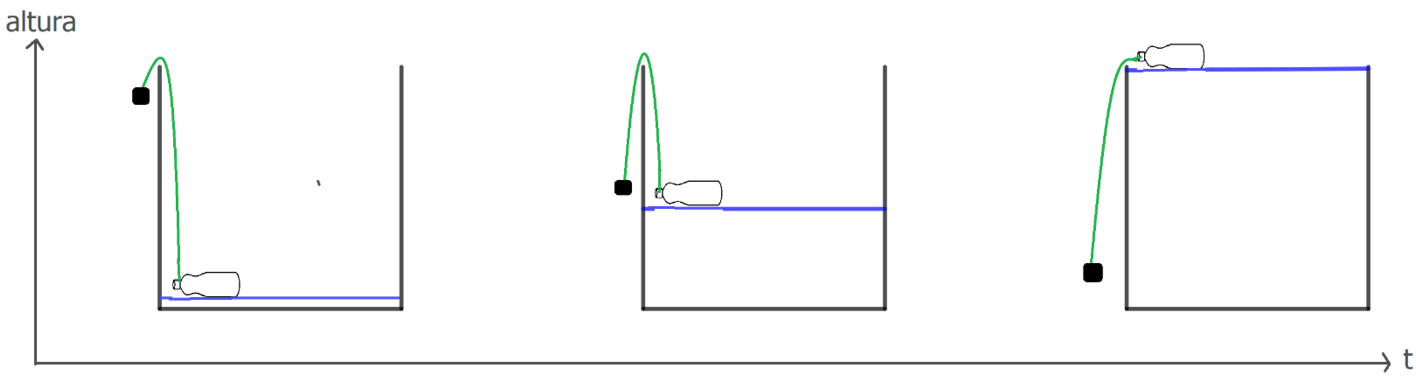


[C]

[D] 

Comentário:

Perceba que o sistema vai funcionar da seguinte maneira:

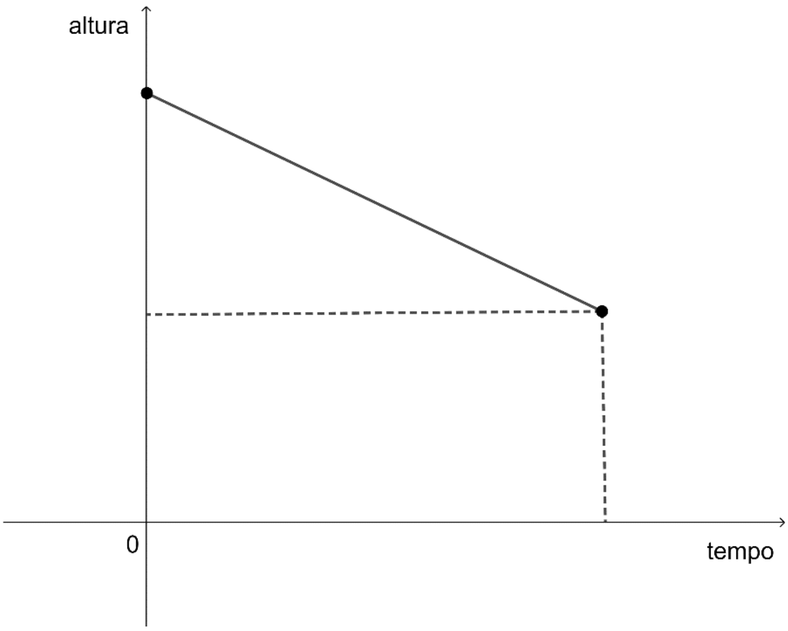


A garrafa flutua sobre a água e, à medida que o tanque enche, a garrafa sobe.

Com isso, como a linha tem comprimento fixo, à medida que o tanque enche, o peso desce, ou seja, sua altura em relação ao fundo da caixa diminui.

Portanto, no início, o peso está no ponto mais alto e vai descer gradativamente até chegar no ponto mais baixo.

O gráfico que representa essa relação está no item A.



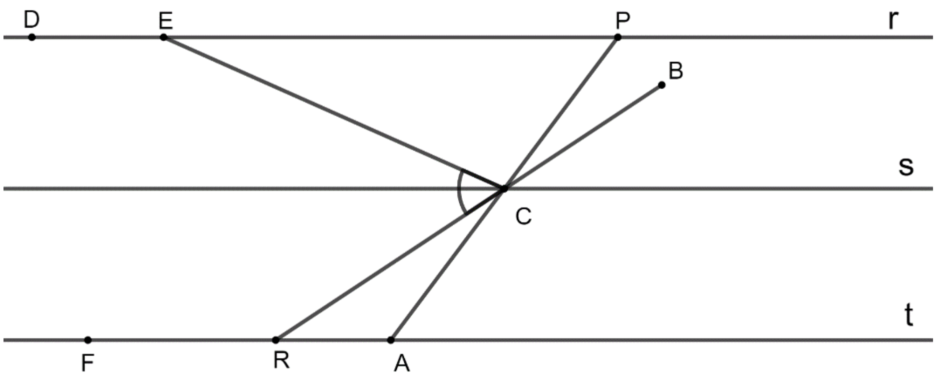
Gabarito: A

---

43. Na figura, as retas **r**, **s** e **t** são paralelas.

O ponto C é a interseção dos segmentos $\overline{RB}$ e $\overline{AP}$ e pertence à reta **s.**

As medidas dos ângulos $D\hat{E}C, F\hat{R}C, E\hat{P}C$ e $C\hat{A}R$ são, em graus, respectivamente, iguais a $7\beta, 7\alpha, 4\alpha\ e\ 4\beta$.



A medida do Ângulo $E\hat{C}R$ é igual a

[A] $30°$

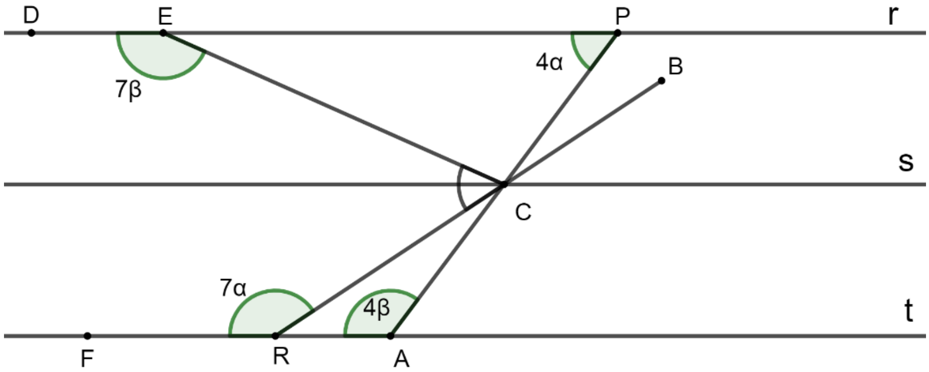
[B] $45°$

[C] $60°$

[D] $90°$

Comentário:

Observando na figura os ângulos dados no enunciado:

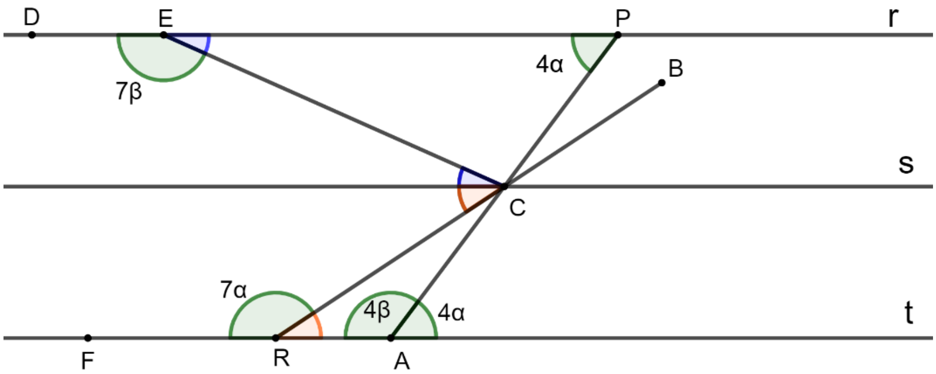


Observe que os ângulos $C\hat{A}R$ e $C\hat{P}E$ somam 180°:

$$4\beta + 4\alpha = 180°$$

$$\alpha + \beta = 45°$$

Agora observe os seguintes ângulos alternos internos:



O ângulo $E\hat{C}R$ é formado pela soma do ângulo em azul com o ângulo em laranja.

Assim,

$$E\hat{C}R = (180° - 7\beta) + (180° - 7\alpha)$$

$$E\hat{C}R = 360° - 7(\alpha + \beta)$$

$$E\hat{C}R = 360° - 7.45°$$

$$E\hat{C}R = 45°$$

Gabarito: B

44. Considere que x_1 e x_2 são as raízes da equação do segundo grau $(m-2)x^2 + (m-10)x = -16 + 2m$, na incógnita **x**, com $m \in \mathbb{R}, m \neq 2$ e $x_1 + x_2 = 7$.

Seja B o valor da expressão $\frac{\left[m^2-\left(\frac{m}{2}\right)^3\right]:\left[\frac{m.5}{(2^2)^m}\right]}{\sqrt[m]{\left[\frac{20m+\sqrt{16}}{(m^7-m)^0}\right]^{-1}}}$

O número B

[A] é $primo$

[B] é $irracional$

[C] é $quadrado\ perfeito$

[D] $tem\ 12\ divisores\ naturais$

Comentário:

Pelas relações de Girard, temos que a soma das raízes é dada por:

$$x_1 + x_2 = -\frac{m-10}{m-2}$$

$$7 = \frac{10-m}{m-2}$$

$$7m - 14 = 10 - m$$

$$m = 3$$

Com isso, vamos simplificar a expressão de B:

$$B = \frac{\left[m^2-\left(\frac{m}{2}\right)^3\right]:\left[\frac{m.5}{(2^2)^m}\right]}{\sqrt[m]{\left[\frac{20m+\sqrt{16}}{(m^7-m)^0}\right]^{-1}}}$$

$$B = \frac{\left[3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]:\left[\frac{3.5}{(2^2)^3}\right]}{\sqrt[3]{\left[\frac{20.3+4}{(3^7-3)^0}\right]^{-1}}}$$

$$B = \frac{\left[9 - \frac{27}{8}\right] : \left[\frac{15}{2^6}\right]}{\sqrt[3]{\left[\frac{60+4}{1}\right]^{-1}}}$$

$$B = \frac{\frac{45}{8} \times \frac{2^6}{15}}{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}}$$

$$B = \frac{24}{\frac{1}{4}}$$

$$B = 96$$

Fatorando o número 96:

$$96 = 2^5.3$$

Número de divisores de 96:

$$D(96) = (1+5)(1+1)$$

$$D(96) = 12$$

Gabarito: D

---

45. Em uma oficina mecânica, o cálculo da manutenção M dos veículos, em reais, é composto da soma de dois custos:

CUSTO 1: Relativo a **x** peças que necessitem de substituição: por não haver estoque de peças na oficina, cobra-se uma taxa fixa de R$ 210,00 mais R$ 2,50 por cada peça enviada.

CUSTO 2: Relativo ao trabalho dedicado à substituição de **x** peças: cobra-se um taxa fixa de R$ 180,0 mais R$ 4,00 por peça substituída.

Se os custos 1 e 2 foram iguais, então a manutenção M, em reais, será m valor maior que

[A] $500\ e\ menor\ que\ 600$

[B] $600\ e\ menor\ que\ 700$

[C] $700 \; e \; menor \; que \; 800$

[D] $800 \; e \; menor \; que \; 900$

Comentário:

Sendo n o número de peças o número de peças que necessitam substituição, tem-se:

$$Custo\ 1 = R\$\ 210{,}00 + R\$2{,}50.n$$

$$Custo\ 2 = R\$\ 180{,}00 + R\$\ 4{,}00.n$$

Do enunciado, os custos são iguais, então:

$$R\$\ 210{,}00 + R\$2{,}50.n = \ R\$\ 180{,}00 + R\$\ 4{,}00.n$$

$$30 = 1{,}50.n$$

$$n = 20$$

Com isso,

$$Custo\ 1 = R\$\ 210{,}00 + R\$2{,}50\ .20$$

$$Custo\ 1 = R\$260{,}00$$

$$Custo\ 2 = R\$\ 180{,}00 + R\$\ 4{,}00\ .20$$

$$Custo\ 2 = R\$260{,}00$$

A manutenção é dada pela soma dos custos.

Portanto,

$$M = R\$260{,}00 + R\$\ 260{,}00$$

$$M = R\$\ 520{,}00$$

Gabarito: A

---

46. Um triângulo possui dois lados de medidas $l \; e \; (22 - l)$, ambos em cm, e medida do ângulo interno formado por esses dois lados iguais a 30°.

Considere $S(l)$ a expressão da área de todos os possíveis triângulos com as medidas citadas.

Entre esses triângulos, há um cuja área é a maior possível.

O valor dessa área, em cm², é igual a

[A] 30

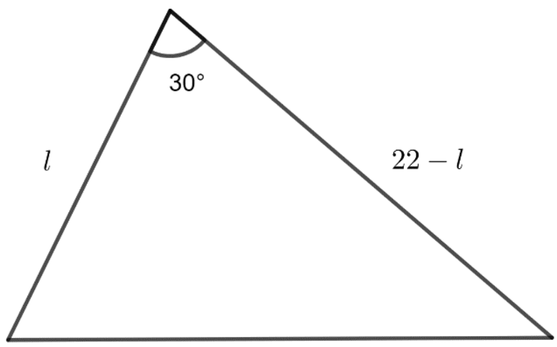
[B] $30{,}25$

[C] 60

[D] $60{,}5$

Comentário:

O triângulo é da forma:



A área desse triângulo pode ser calculada em função desses dois lados e do ângulo formado entre eles:

$$S(l) = \frac{1}{2}.l.(22 - l).sen30°$$

$$S(l) = \frac{l(22 - l)}{4}$$

Como l e $22 - l$ representam os lados do triângulo, podemos afirmar que eles são reais positivos.

Com isso, usando a desigualdade das médias:

$$M.A. \geq M.G$$

$$\frac{l + (22 - l)}{2} \geq \sqrt{l(22 - l)}$$

$$11 \geq \sqrt{l(22 - l)}$$

$$\boldsymbol{l(22 - l)} \leq 121$$

Portanto, o maior valor que $\boldsymbol{l(22 - l)}$ pode assumir é 121.

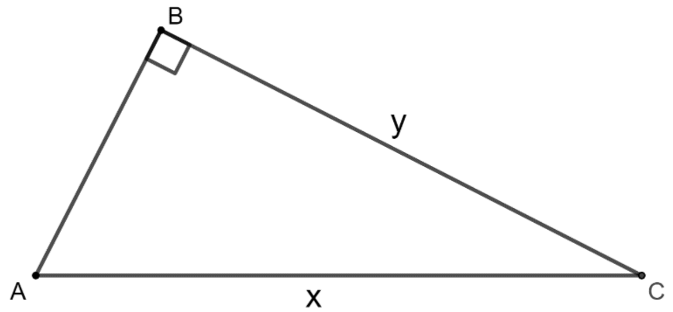
Então, a área máxima é:

$$S_{MÁX} = \frac{121}{4} = 30,25$$

Gabarito: B

---

47. Considere o triângulo ABC mostrado na figura abaixo, em que o lado $\overline{AC}$ mede **x** cm e $\overline{BC}$ mede **y** cm.



As medidas dos lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ satisfazem o sistema de equações

$$\begin{cases} 3x = 4\sqrt{3} + 2y \\ 2x - \sqrt{3} = 3y \end{cases}$$

A área do triângulo ABC, em cm², é igual a

[A] 6
[B] 3
[C] $\frac{\sqrt{3}}{2}$
[D] $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Comentário:

Multiplicando a primeira equação do sistema por 2 e a segunda equação do sistema por 3, tem-se que:

$$\begin{cases} 6x = 8\sqrt{3} + 4y \\ 6x - 3\sqrt{3} = 9y \end{cases}$$

Com isso,

$$6x = 8\sqrt{3} + 4y = 9y + 3\sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}$$

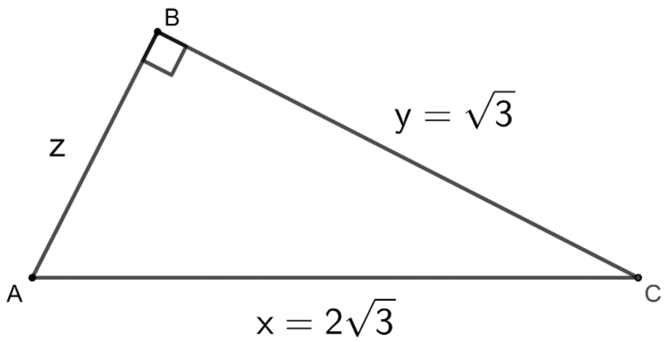
Logo,

$$3x = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

Sendo z a medida do cateto desconhecido, os lados desse triângulo valem:

$$(2\sqrt{3}, \sqrt{3}, z)$$



Pelo teorema de Pitágoras,

$$z^2 + (\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$z = 3$$

Portanto, a área é dada por:

$$\frac{zy}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

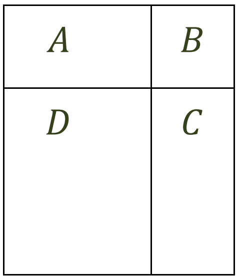
Gabarito: D

---

48. Antes de falecer, o Senhor Antônio deixou em seu testamento a divisão de sua fazenda para seus quatro filhos.

Depois da morte do Senhor Antônio, ao abrir o testamento, os filhos se depararam com o seguinte documento:

$$"Deixo\ de\ herança\ minha\ fazenda,$$
$$dividida\ em\ quatro\ partes, uma\ para$$
$$cada\ um\ dos\ meus\ quatro\ filhos$$
$$conforme\ o\ croqui\ abaixo":$$



$A =$ *área de* $54\ dam^2$ *destinada ao filho Antônio Júnior.*

$B =$ *área de* $0{,}36\ hm^2$ *destinada ao filho Bento.*

$C =$ *área de* $14.400\ m^2$ *destinada à filha Cláudia.*

$D =$ *área* x *destinada ao filho Damião.*

A fazenda tem o formato retangular e os quatros lotes A, B, C e D também serão retangulares.

Se as marcações deixadas no testamento pelo Senhor Antônio forem respeitadas, então a área **x** destinada ao filho Damião, é igual a

[A] $192\ dam^2$

[B] $2{,}04\ hm^2$

[C] $21\ 600\ m^2$

[D] $0{,}0228\ km^2$

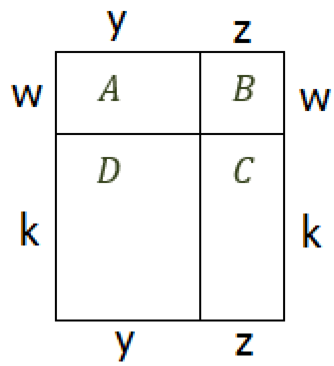
Comentário:

Lembre-se de que:

$$0{,}36hm^2 = 36\ dam^2$$

$$14.400\ m^2 = 144\ dam^2$$

Com isso, as medidas do terreno da fazenda são:



Do enunciado,

$$wy = 54\ dam^2$$

$$wz = 36\ dam^2$$

Dividindo uma equação pela outra:

$$\frac{wy}{wz} = \frac{54}{36}$$

$$z = \frac{2y}{3}$$

Do enunciado, também se tem que:

$$zk = 144\ dam^2$$

$$\frac{2y}{3}.k = 144\ dam^2$$

$$yk = 216\ dam^2$$

Note que yk representa a área **x** destinada ao filho Damião.

Portanto,

$$x = 21600\ m^2$$

Gabarito: C

Gabarito

33. A
34. B
35. A
36. D
37. C
38. D
39. B
40. D
41. C
42. A
43. B
44. D
45. A
46. B
47. D
48. C