



Correção

● ● ●

Prova AFA 2023



Prof. Victor So

Prova Resolvida

49. (AFA/2023)

Seja uma circunferência de centro C , cujo diâmetro e o segmento de extremidades $A(-1,10)$ e $B(-7,2)$. Considero que M e N são os pontos de interseção dessa circunferência com o eixo das ordenadas. A área do triângulo cujos vértices são os pontos MNC , em unidade de área, é igual a

- a) 6
- b) 12
- c) 18
- d) 24

Comentários

O diâmetro é dado por:

$$2R = AB = \sqrt{(-1 + 7)^2 + (10 - 2)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

$$R = 5$$

O centro é o ponto médio de AB :

$$O = \frac{A + B}{2} = \frac{(-1, 10) + (-7, 2)}{2} = (-4, 6)$$

A equação da circunferência é:

$$(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 25$$

A interseção com o eixo das ordenadas é dada por $x = 0$, logo:

$$4^2 + (y - 6)^2 = 25$$

$$(y - 6)^2 = 9$$

$$y - 6 = \pm 3$$

$$y = 9 \text{ ou } y = 3$$

Os vértices do triângulo são:

$$(-4, 6); (0, 3); (0, 9)$$

Sua área é:

$$[MNC] = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 6 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 9 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |-12 + 36| = 12$$

Gabarito: B

50. (AFA/2023)

Seja a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ uma progressão geométrica (P.G.) crescente, com $0 < a_1 \neq 1$, de n termos e razão q .



A expressão $\frac{\log a_n - \log a_1}{\log q} + 1$ corresponde, necessariamente, a

- a) q
- b) $n - 1$
- c) a_1
- d) n

Comentários

O termo geral da PG é:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

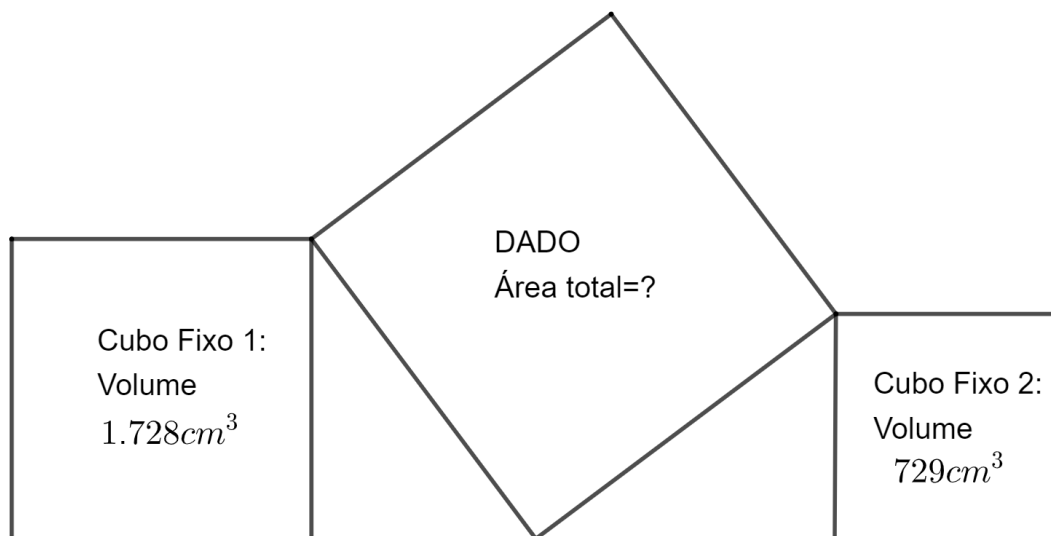
Usando as propriedades dos logaritmos:

$$\begin{aligned} \frac{\log a_n - \log a_1}{\log q} + 1 &= \frac{\log\left(\frac{a_n}{a_1}\right)}{\log q} + 1 = \log_q\left(\frac{a_n}{a_1}\right) + 1 = \log_q\left(\frac{a_1 q^{n-1}}{a_1}\right) + 1 \\ &= n - 1 + 1 = n \end{aligned}$$

Gabarito: D

51. (AFA/2023)

Uma brincadeira consiste em jogar um dado entre dois cubos fixos. Em uma das jogadas, o dado parou na posição observada na figura abaixo.



Vista frontal da situação

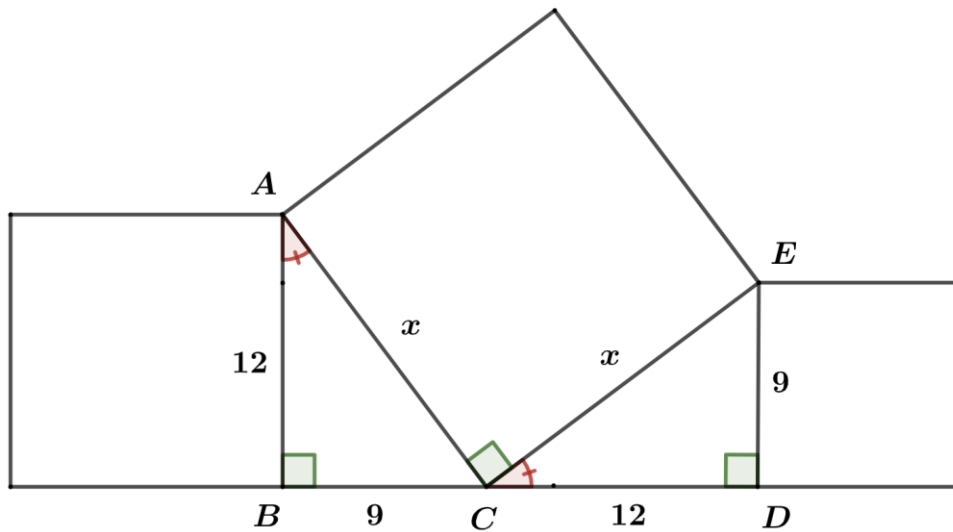
A área total do dado, em cm^2 , é igual a

- a) 600
- b) 1014
- c) 1350
- d) 1734



Comentários

Analisando a figura, temos que:



Dos volumes:

$$a^3 = 1728 \therefore a = 12$$

$$b^3 = 729 \therefore b = 9$$

Usando o critério de congruência LAA_0 , temos que $\Delta ABC \equiv \Delta CDE$. Portanto, $BC = 9$ e $CD = 12$.
Usando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC:

$$x^2 = 12^2 + 9^2$$

$$x^2 = 225$$

A área total é:

$$A_T = 6x^2 = 6(225) = 1350$$

Gabarito: C

52. (AFA/2023)

As raízes da equação $|2x - 3| + |x + 2| = 4$ são o primeiro e segundo termos de uma progressão geométrica (P.G.) decrescente.

O termo geral dessa P.G. é

a) $a_n = \frac{25}{9} \left(\frac{3}{5}\right)^n$

b) $a_n = \frac{1}{9} \left(\frac{5}{3}\right)^n$

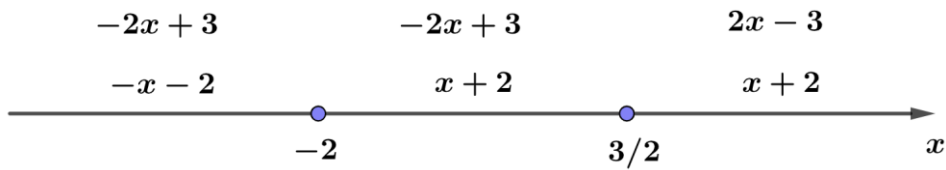
c) $a_n = \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$

d) $a_n = \frac{1}{9} \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$

Comentários



Fazendo o estudo do sinal das funções modulares:



Temos:

$$x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow 2x - 3 + x + 2 = 4 \Rightarrow 3x = 5 \therefore x = \frac{5}{3}$$

$$-2 \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow -2x + 3 + x + 2 = 4 \Rightarrow -x = -1 \therefore x = 1$$

$$x < -2 \Rightarrow -2x + 3 - x - 2 = 4 \Rightarrow -3x = 3 \therefore x = -1 \text{ (absurdo!)}$$

Portanto, as raízes são:

$$a_2 = 1 \text{ e } a_1 = \frac{5}{3}$$

A razão da PG é:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

O termo geral é:

$$a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{5}{3} \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} = \frac{25}{9} \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

Gabarito: A

53. (AFA/2023)

Considere z os números complexos da forma $x + yi$, com $x, y \in \mathbb{R}$ e i a unidade imaginária, que possuem módulo igual a $2\sqrt{5}$ e encontram-se sobre a reta de equação $2x - y = 0$

O quociente do número z de menor argumento principal pelo número z de maior argumento principal, nessa ordem, vale

- a) $-1/2$
- b) -1
- c) $1/2$
- d) 1

Comentários

Temos $|z| = 2\sqrt{5}$, fazendo $z = x + yi$ tal que $2x - y = 0$, obtemos:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{5} \therefore x^2 + y^2 = 20$$

$$y = 2x \Rightarrow x^2 + (2x)^2 = 20$$

$$5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \therefore x = \pm 2 \therefore y = \pm 4$$

Os complexos são:

$$z_1 = 2 + 4i$$

$$z_2 = -2 - 4i$$

Note que o afixo de z_1 está no primeiro quadrante e o afixo de z_2 está no terceiro quadrante, logo:

$$\text{Arg}(z_1) < \text{Arg}(z_2)$$

$$Q = \frac{z_1}{z_2} = \frac{2 + 4i}{-2 - 4i} = -1$$

Gabarito: B

54. (AFA/2023)

Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & |a| & -4 \\ -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 1 & |a| & 0 \\ 0 & -4 & -4 \end{bmatrix}$, nas quais o elemento da 2ª linha e 2ª coluna é o módulo de a , com $a \in \mathbb{R}$, considere as proposições abaixo.

Analise e classifique corretamente cada uma quanto a ser (V) VERDADEIRA ou (F) FALSA.

- () As matrizes A e B comutam.
- () A matriz A possui determinante igual a 0 somente se $a = 1$ ou $a = -1$
- () Se A e B são invertíveis, então $A^t B^{-1} = I$, em que A^t é a matriz transposta de A, B^{-1} é a matriz inversa de B e I a matriz identidade.

Sobre as proposições, tem-se que

- a) todas são falsas.
- b) todas são verdadeiras.
- c) apenas uma é verdadeira.
- d) apenas duas são verdadeiras.

Comentários

Note que $A^t = B$. Vamos analisar cada proposição:

I- Falsa.

$$AB = \begin{bmatrix} 17 & |a| + 4 & -12 \\ |a| + 4 & a^2 + 17 & 13 \\ -12 & 13 & 25 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 26 & |a| + 4 & 8 \\ |a| + 4 & a^2 + 1 & -4|a| \\ 8 & -4|a| & 32 \end{bmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

II- Verdadeira.

$$\det A = -16|a| + 16 = 0$$

$$|a| = 1 \therefore a = \pm 1$$



III. Verdadeira.

Temos pela definição:

$$BB^{-1} = I \therefore A^t B^{-1} = I$$

Gabarito: D

55. (AFA/2023)

Considere as funções reais f, g e h em cada proposição abaixo. Analise e classifique corretamente cada uma quanto a ser (V) VERDADEIRA ou (F) FALSA.

() Se $f(x) = ax$, com $a \in \mathbb{R}^*$, então f é uma função par.

() Se $h(x) = -a^{-x-1}$, com $a > 1$, então h é uma função crescente para todo $x \in \mathbb{R}$

() Se o contradomínio de g é $CD = [-b, +\infty[$ e $g(x) = x^2 - b$, com $b \in \mathbb{R}$, então g é, necessariamente, uma função injetora.

Sobre as proposições, tem-se que

- a) todas são falsas.
- b) todas são verdadeiras.
- c) apenas uma é verdadeira.
- d) apenas duas são verdadeiras.

Comentários

Analisando cada afirmação:

I- Falsa.

$$f(-x) = -ax = -f(x) \therefore f \text{ é ímpar}$$

II- Verdadeira.

$$\begin{aligned} h(x_1) > h(x_2) &\Rightarrow -a^{-x_1-1} > -a^{-x_2-1} \Rightarrow a^{-x_1-1} < a^{-x_2-1} \\ &\Rightarrow a^{-x_1} < a^{-x_2} \end{aligned}$$

Como $a > 1$:

$$-x_1 < -x_2 \therefore x_1 > x_2$$

Assim, temos $h(x_1) > h(x_2) \Rightarrow x_1 > x_2$, ou seja, h é crescente para todo $x \in \mathbb{R}$.

III- Falsa.

Note que temos uma parábola de concavidade para cima com $y_v = -b$, ou seja, a imagem da função é $Im(g) = [-b, +\infty[$, logo se $CD(g) = Im(g)$, temos que ela é sobrejetora. Uma parábola não pode ser injetora se não restringirmos o domínio.

Gabarito: C

56. (AFA/2023)

Desde 2003, o campeonato brasileiro de futebol passou a ser disputado no formato de pontos corridos em que:

- todas as equipes jogam entre si em duas partidas;



- uma partida acontece no estádio determinado por um dos times, ou seja, esse é o mandante; e
- a outra partida, como visitante, acontece no estádio em que o adversário determina.

Um levantamento de 2003 até 2019 mostrou que o Santos é o melhor mandante da competição, com 67,6% de aproveitamento dos pontos; porém, por estádio, o clube de melhor desempenho é o Corinthians, que obteve 71,3% de aproveitamento em seu estádio.

Abaixo, encontra-se a tabela que relaciona o aproveitamento como mandante dos 20 primeiros times do ranking da Confederação Brasileira de Futebol (CBF).

Quantidade de times	Aproveitamento como mandante em %
3	54 † 58
6	58 † 62
2	62 † 66
8	66 † 70
1	70 † 74

Fonte: <<futebolemnumeros.com.br>> (Adaptado. Acesso em 11/04/2022)

Com base nos dados da tabela, o desvio padrão mede, aproximadamente,

- 1,9
- 2,9
- 3,9
- 4,9

Comentários

Usando as médias aritméticas dos dados agrupados, obtemos:

Quantidade de times	Aproveitamento como mandante em %
3	56
6	60
2	64
8	68
1	72

A média é:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 56 + 6 \cdot 60 + 2 \cdot 64 + 8 \cdot 68 + 1 \cdot 72}{20} = \frac{1272}{20} = 63,6$$

O desvio padrão é:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{20} (3 \cdot (56 - 63,6)^2 + 6 \cdot (60 - 63,6)^2 + 2 \cdot (64 - 63,6)^2 + 8 \cdot (68 - 63,6)^2 + 1 \cdot (72 - 63,6)^2)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{20} 476,8} = \sqrt{23,84} \cong 4,9$$

Gabarito: D

57. (AFA/2023)

Seja a função real f definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

As raízes de f são números reais a, b e c com $a < b < c$

Sendo e o número de *Euler*, analise cada proposição quanto a ser (V) VERDADEIRA ou (F) FALSA.

() $\log_{\frac{1}{e}} a = \log_{\frac{1}{e}}(b - 1) = 0$

() Se $x \in]c, +\infty[$, então $\log_e x$ não está definido.

() Existe um único $m \in]-\infty, b]$ tal que $\left(\frac{1}{e}\right)^{f(m)} = 0$

Sobre as proposições, tem-se que

- a) todas são falsas.
- b) todas são verdadeiras.
- c) apenas uma é verdadeira.
- d) apenas duas são verdadeiras.

Comentários

Da função, temos:

$$f(x) = x^2(x + 3) - 4(x + 3) = (x + 3)(x^2 - 4) = (x + 3)(x - 2)(x + 2)$$

As raízes são:

$$a = -3, b = -2, c = 2$$

Analisando as proposições:

I- Falsa.

Como $a, b < 0$, temos que os logaritmos não estão definidos.

II- Falsa.

Como $c = 2 > 0$, temos que $\log_e x$ está definido.

III- Falsa.



No conjunto dos reais, temos que $\left(\frac{1}{e}\right)^y > 0, \forall y \in \mathbb{R}$, logo não existe $f(m)$ que zera a equação.

Gabarito: A

58. (AFA/2023)

Uma determinada loja pratica seus preços em reais (R\$), para a venda do quilograma (Kg) de aço de acordo com a seguinte tabela:

Faixa	Quantidade de aço (em quilograma)	Preço (em reais)
1	Até 200 Kg	R\$ 12,00 por Kg
2	De 200 a 500 Kg	R\$ 11,00 por Kg excedente
3	De 500 a 1000 Kg	R\$ 10,00 por Kg excedente
4	Acima de 1000 Kg	R\$ 8,00 por Kg excedente

Observe que, à medida em que a quantidade de aço, em quilograma, aumenta, o valor, em reais, por quilograma, que excede a faixa anterior fica mais barato.

Ou seja, um cliente que comprar 600 Kg de aço pagará o seguinte valor:

$$V = 200 \cdot 12 + 300 \cdot 11 + 100 \cdot 10 = R\$ 6700,00$$

A lei da função que associa o valor total de uma compra (V), em reais, com a quantidade comprada (Q) para compras acima de 1000 Kg é

- a) $V(Q) = 8Q + 1000$
- b) $V(Q) = 8Q + 2300$
- c) $V(Q) = 8Q + 2700$
- d) $V(Q) = 8Q + 8000$

Comentários

A função é dada por:

$$V(Q) = 200 \cdot 12 + 300 \cdot 11 + 500 \cdot 10 + (Q - 1000) \cdot 8$$

$$V(Q) = 8Q + 2700$$

Gabarito: C

59. (AFA/2023)

Os ângulos α e β satisfazem a equação $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta)^2 = 2$, com α, β e $(\alpha + \beta) \in [0, \pi]$

Analise e classifique corretamente cada uma das proposições abaixo quanto a ser (V) VERDADEIRA ou (F) FALSA.

() $\alpha = \beta = \frac{3\pi}{4}$ satisfazem a equação.

() A igualdade é verdadeira se $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = 1$



() A igualdade é verdadeira somente se $\alpha = \frac{\pi}{3}$ e $\beta = \frac{\pi}{6}$

Sobre as proposições, tem-se que

- a) todas são falsas.
- b) todas são verdadeiras.
- c) apenas uma é verdadeira.
- d) apenas duas são verdadeiras.

Comentários

Desenvolvendo a equação:

$$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \operatorname{sen}^2 \alpha + 2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen}^2 \beta = 2$$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta - 2(\cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta) = 2$$

$$2 - 2 \cos(\alpha + \beta) = 2$$

$$\cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \frac{3\pi}{2}$$

Analisando as proposições:

I- Verdadeira.

$$\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

II- Verdadeira.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

III- Falsa.

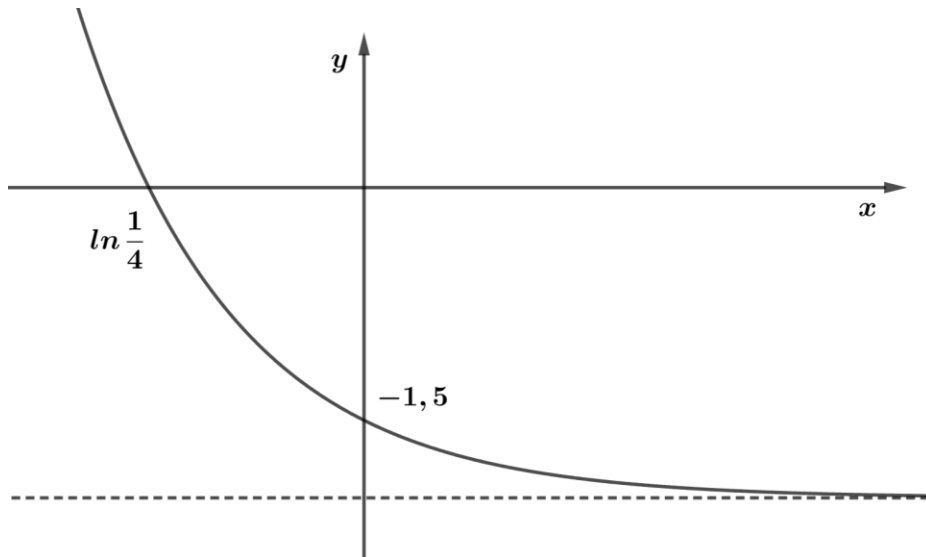
Podemos ter $\alpha = \beta = \frac{3\pi}{4}$.

Gabarito: D

60. (AFA/2023)

O gráfico abaixo representa a função real $f(x) = a + b \cdot e^{-x}$, em que a e $b \in \mathbb{R}$, e é o número de Eüler e a reta tracejada é a assíntota ao gráfico de f .





Considere que f é invertível e que \ln corresponde ao logaritmo na base e

A função inversa de f , denotada por f^{-1} , é

- a) $f^{-1}(x) = -\ln(2x + 4)$
- b) $f^{-1}(x) = \ln(x + 4)^{-1}$
- c) $f^{-1}(x) = -\ln(-2x + 4)$
- d) $f^{-1}(x) = \ln(-x + 4)^{-1}$

Comentários

Do gráfico, temos:

$$f\left(\ln\left(\frac{1}{4}\right)\right) = 0 \Rightarrow a + be^{-\ln\left(\frac{1}{4}\right)} = 0 \Rightarrow a + be^{\ln 4} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a + 4b = 0} \quad (I)$$

$$f(0) = -1,5 = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + be^{-0} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a + b = -\frac{3}{2}} \quad (II)$$

Fazendo $(I) - (II)$:

$$3b = \frac{3}{2} \therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore f(x) = -2 + \frac{1}{2}e^{-x}$$

A sua inversa é:

$$y = -2 + \frac{1}{2}e^{-x} \Rightarrow 2(y + 2) = e^{-x} \Rightarrow \ln(2y + 4) = -x \therefore x = -\ln(2y + 4)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = -\ln(2x + 4)$$



Gabarito: A

61. (AFA/2023)

Considere um tronco de pirâmide obtido de uma pirâmide quadrangular regular.

Por esse tronco, passa-se um plano α paralelo às bases gerando um quadrilátero de área $x \text{ cm}^2$, tal que:

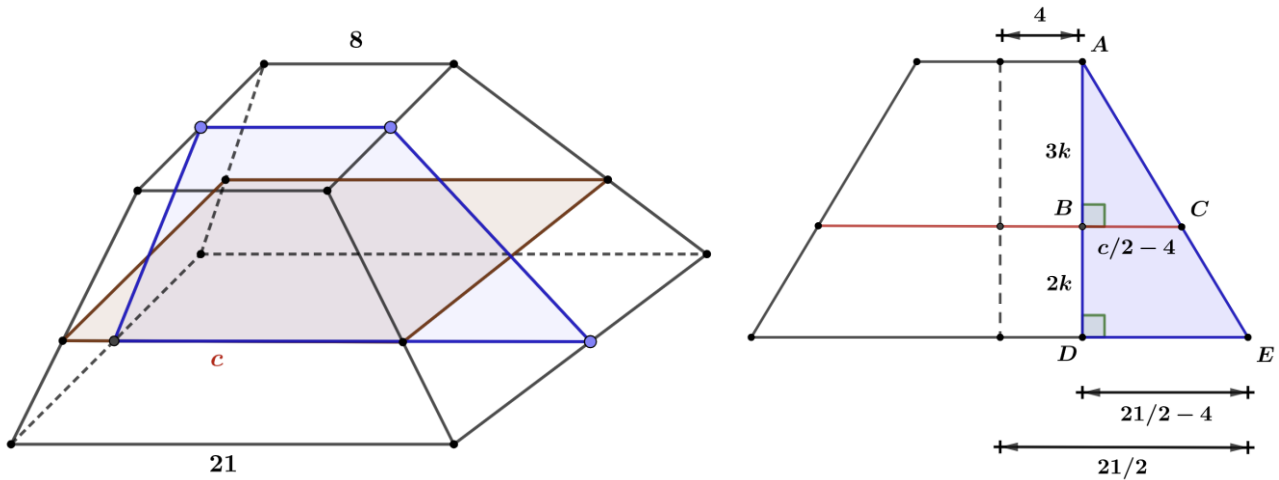
- a razão entre a distância da base menor do tronco ao plano α e a distância do plano α à base maior do tronco é igual a $3/2$;
- a área da base maior do tronco mede 441 cm^2 ; e
- a área da base menor do tronco mede 64 cm^2 .

A área x do quadrilátero, em cm^2 , é igual a

- a) $8441/64$
- b) $12661/81$
- c) $6241/25$
- d) $4772/16$

Comentários

Desenhando a figura:



Das áreas das bases:

$$a^2 = 441 \therefore a = 21$$

$$b^2 = 64 \therefore b = 8$$

A medida do lado da base intermediária é c .

Analisando a secção azul conforme a figura, temos um trapézio isósceles de bases de medidas 8 e 21. Da razão das distâncias do plano às bases, temos que $AB = 3k$ e $BD = 2k$. Além disso:

$$BC = \frac{c}{2} - 4 \text{ e } DE = \frac{21}{2} - 4$$

Usando semelhança de triângulos:

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE:$$

$$\frac{3k}{\frac{c}{2} - 4} = \frac{5k}{\frac{21}{2} - 4} \Rightarrow 3\left(\frac{21}{2} - 4\right) = 5\left(\frac{c}{2} - 4\right) \Rightarrow 63 - 24 = 5c - 40$$

$$5c = 79 \therefore c = \frac{79}{5}$$

$$x = c^2 = \frac{6241}{25}$$

Gabarito: C

62. (AFA/2023)

O mostruário de equipamento para treinamento físico esportivo, do catálogo *online*, de certa loja especializada, está organizado de maneira que os 99 itens disponíveis correspondem às modalidades para ou academias tradicionais ou aquelas da linha *cross fit*.

Além disso, cada uma dessas modalidades se subdivide em ou artigos importados ou artigos nacionais, os quais podem ser para o sexo masculino ou feminino.

O controle dos itens fica assim dividido:

- o número de itens importados para o sexo masculino da linha para academia tradicional é a metade daqueles da mesma linha e sexo, porém, nacionais;
- o número de itens do sexo masculino, importados e para academia tradicional é igual ao de nacionais, do mesmo sexo, para *cross fit*,
- o número de itens femininos para *cross fit* importados e nacionais é igual;
- o número de itens para academia tradicional, femininos e importados é o triplo daqueles importados, de mesmo sexo da linha *cross fit*,
- o número de itens que se destinam a academia tradicional, que são nacionais para o sexo feminino é a metade daqueles da mesma linha e sexo, mas importados;
- 50 itens são nacionais;
- 52 itens destinados ao sexo feminino; e
- 33 itens para a modalidade de *cross fit*.

Um item é escolhido aleatoriamente.

A probabilidade de ele ser importado, para o sexo masculino, na modalidade de *cross fit*, em relação ao total de itens importados é

- a) menor que 10%
- b) maior que 10% e menor que 20%
- c) maior que 20% e menor que 30%
- d) maior que 30%

Comentários

Montando a tabela com os dados informados:



	Academia tradicional		Cross fit	
	Nacional	Importado	Nacional	Importado
Masculino	x	$x/2$	$x/2$	w
Feminino	$3y/2$	$3y$	y	y

$$\begin{cases} x + \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} + y = 50 \\ \frac{3y}{2} + 3y + y + y = 52 \\ \frac{x}{2} + w + y + y = 33 \end{cases}$$

Da segunda equação:

$$\frac{13y}{2} = 52 \therefore \boxed{y = 8}$$

Da primeira equação:

$$\frac{3x}{2} = 50 - \frac{5y}{2} = 30 \therefore \boxed{x = 20}$$

Da terceira equação:

$$w = 33 - \frac{x}{2} - 2y = 7 \therefore \boxed{w = 7}$$

O problema pede:

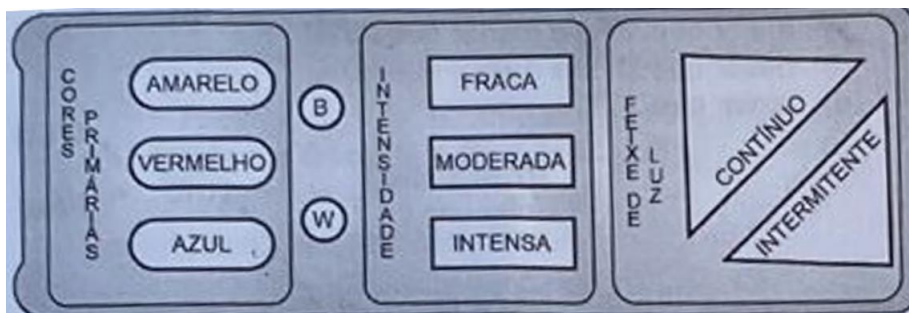
$$p = \frac{w}{\frac{x}{2} + 3y + y + w} = \frac{7}{10 + 32 + 7} = \frac{7}{49} = \frac{1}{7} \cong 0,1429 = 14,29\%$$

Gabarito: B

63. (AFA/2023)

Um painel de luzes foi instalado no jardim de um condomínio e chamou a atenção de um jovem morador que, curioso, pegou o controle remoto para verificar as possibilidades de organização da iluminação.

No controle, é possível escolher entre: cores primárias, intensidade e feixe de luz, como indica a figura abaixo.



- Cores primárias: Acionando um único botão entre amarelo, vermelho ou azul.



- Intensidade: Acionando um único botão entre fraca, moderada ou intensa.
- Feixe de luz: Acionando um único botão entre contínuo ou intermitente.

Há também a possibilidade de acionar apenas um botão, não acionando os demais botões:

- com a letra B para não emissão de luz; ou
- com a letra W para que seja emitida uma luz prateada.

O jovem morador fez um teste com os botões e percebeu que poderiam ser acionados, também, dois dos botões de cores primárias para se obter cores secundárias, ampliando-se as possibilidades de organização da iluminação.

O número total dessas possibilidades de iluminação é igual a

- 36
- 38
- 72
- 110

Comentários

As possibilidades são:

- 1 configuração sem cor
- 1 configuração com cor prata

c) Nesse caso, temos 3 possibilidades de intensidade, 2 tipos de feixe de luz e para as cores podemos escolher 1 das 3 para cores primárias ou 2 das 3 para cores secundárias, logo:

$$3 \cdot 2 \cdot \left(\binom{3}{1} + \binom{3}{2} \right) = 6 \cdot (3 + 3) = 6 \cdot 6 = 36$$

O total é:

$$n = 1 + 1 + 36 = 38$$

Gabarito: B

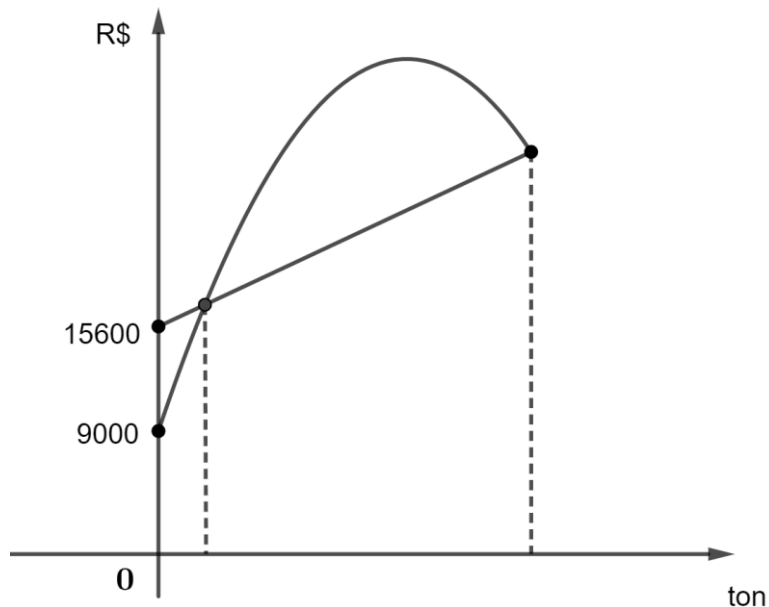
64. (AFA/2023)

A análise dos dados financeiros mensais de uma indústria de bens duráveis indicou que:

SITUAÇÃO 1: Os impostos e taxas a pagar na produção dos bens dessa indústria podem ser modelados, em reais (R\$), em função da quantidade de matéria prima necessária para a produção, em toneladas (ton), por uma linha reta.

SITUAÇÃO 2: Os impostos e taxas a pagar pela venda dos bens dessa indústria podem ser modelados, em reais (R\$), em função da quantidade de matéria prima usada na produção, em toneladas (ton), por uma linha parabólica.

O desenho a seguir indica a análise dos dados para o mês de maio de 2022 no qual se vê que há dois pontos de igualdade entre as duas situações: um para a produção e venda de 10 ton com pagamento de R\$ 16800,00 em impostos e taxas e o outro na produção e venda de 110 ton, maior quantidade que a indústria tem a capacidade de produzir por mês.



O valor máximo em impostos e taxas pagos na situação 2 é um número, em reais, do intervalo

- a) $[30000, 34000[$
- b) $[34000, 38000[$
- c) $[38000, 42000[$
- d) $[42000, 46000[$

Comentários

Analisando a reta:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 15600 \therefore b = 15600$$

$$f(10) = 16800 \Rightarrow 10a + 15600 = 16800 \therefore a = 120$$

$$\therefore f(x) = 120x + 15600$$

$$f(110) = 120(110) + 15600$$

$$f(110) = 28800$$

Analisando a parábola:

$$g(x) = cx^2 + dx + e$$

$$g(0) = 9000 \therefore e = 9000$$

$$g(10) = 16800 = 100c + 10d + 9000$$

$$\boxed{10c + d = 780} \quad (I)$$

$$g(110) = 28800 = 110^2c + 110d + 9000$$

$$19800 = 110^2c + 110d$$

$$\boxed{110c + d = 180} \quad (II)$$



Fazendo (II)-(I):

$$100c = -600 \therefore c = -6$$

$$d = 780 - 10(-6) = 840$$

$$\therefore g(x) = -6x^2 + 840x + 9000$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{840^2 - 4(-6)(9000)}{4(-6)} = 38400$$

Gabarito: C

