INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

VESTIBULAR 2022

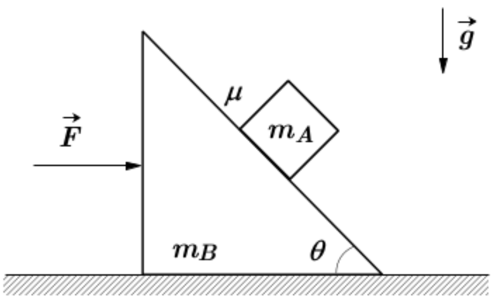
RESPOSTAS

PROVA DE FÍSICA

2ª FASE

Questão 1. Um bloco de massa m_A encontra-se sobre a superfície de uma cunha de massa m_B, que desliza sem atrito em uma superfície plana devido à ação de uma força horizontal. O ângulo de inclinação da cunha é dado por θ. Sabendo que o coeficiente de atrito entre o bloco e a cunha é μ, calcule em função de m_A, m_B, θ, μ e g:

(a) a aceleração mínima à qual a cunha deve ser submetida para que o bloco inicie um movimento de subida;
(b) a intensidade da força de contato entre o bloco e a cunha.



Resolução:

a) 6 pontos.

(4 pontos para obter as Equações de Movimento)

Primeiramente temos que montar o diagrama de forças, lembrando que o bloco está na iminência de subir, e portanto a força de atrito deve ter sentido oposto. Desta forma, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$\mu N cos\theta + N sin\theta = m_a|\vec{a}|$ na direção de x

$-\mu N sin\theta - m_a g + N cos\theta = 0$ na direção de y

onde N representa a intensidade da força normal e $|\vec{a}|$ o módulo da aceleração ao qual a massa m_a se encontra em cima da cunha.

(2 pontos para obter a aceleração correta)

Lembrando que o bloco A está parado em cima da cunha e resolvendo o sistema de equações, chega-se:

$N = \frac{m_a g}{cos\theta - \mu sin\theta}$ e $|\vec{a}| = g\frac{sin\theta + \mu cos\theta}{cos\theta - \mu sin\theta}$

b) 4 pontos

A força de contato entre o bloco e a cunha é igual a força resultante entre entre a força normal N e a força de atrito entre as partes, resultando em:

$$\left|\vec{F}_{contato}\right| = \sqrt{N^2 + \left|\vec{F}_{atrito}\right|^2} = \sqrt{N^2 + \mu^2 N^2} = N\sqrt{1+\mu^2} \rightarrow \left|\vec{F}_{contato}\right| = \frac{m_a g}{cos\theta - \mu sin\theta}\sqrt{1+\mu^2}$$

Os alunos que consideraram apenas o atrito ou a força normal, receberam 2 pontos.

Questão 2. Existe um limite inferior da distância Terra-Lua para que o nosso satélite não se desintegre por efeitos de maré. Para determinar uma expressão aproximada dessa distância, considere a Lua como a composição de dois semi-satélites esféricos idênticos, homogêneos e em contato. Os corpos descritos realizam um movimento circular ao redor da Terra, cuja massa é dada por M_T, com os três centros sempre colineares. A estabilidade da Lua é associada à tendência natural dessas duas metades manterem o contato entre si por efeitos gravitacionais. Considerando que o raio da lua R_L é muito menor do que a distância Terra-Lua D e que M_T é muito maior que a massa da Lua M_L, faça o que se pede.
Caso necessário, use: $(1+x)^n \approx 1 + nx$, se $|x| \ll 1$.

(a) Considerando que os semi-satélites têm a mesma densidade da Lua, determine os seus raios r e massas m. Deixe sua resposta em termos dos dados do enunciado.
(b) Estime o valor mínimo de D para que a Lua não se desintegre. Deixe sua resposta em termos de M_T, m e r.

Resolução:

a) 2 pontos

Cada semi-satélite terá metade da massa da lua. Sabemos também que a densidade de um corpo simetricamente esférico, como é o caso da lua, é dado por $\rho = \frac{M_L}{\frac{4}{3}\pi R_L^3}$. Sendo a densidade uma constante, chega-se: $R_n = \frac{R_L}{2^{\frac{1}{3}}}$.

b) 8 pontos

(4 pontos para escrever a Segunda Lei de Newton)

Dado o descrito na questão, o equacionamento das forças das semi-luas mais próxima e mais distante, respectivamente, são dadas por:

$$G\frac{M_T\left(\frac{M_L}{2}\right)}{(D_{min}-R_n)^2} - G\frac{\frac{M_L^2}{4}}{(2R_n)^2} = \frac{M_L}{2}w^2(D_{min}-R_n); \qquad G\frac{M_T\left(\frac{M_L}{2}\right)}{(D_{min}+R_n)^2} + G\frac{\frac{M_L^2}{4}}{(2R_n)^2} = \frac{M_L}{2}w^2(D_{min}+R_n)$$

já considerando que na iminência de desintegrar, a força normal entre as partes deve se aproximar a 0, ou seja, $N = 0$.

(4 pontos para obter a distância mínima)

Na sequência, subtraindo e somando as duas últimas equações, e utilizando da aproximação proposta na questão, chega-se: $\frac{2GM_TR_n}{D_{min}^3} - \frac{G}{8}\frac{M_L}{R_n^2} = -w^2R_n$; $\frac{GM_T}{D_{min}^2} = w^2D_{min}$. Resolvendo este sistema, e utilizando o resultado obtido em a) é fácil chegar em:

$$D_{min} = R_L\sqrt[3]{24\frac{M_T}{M_L}}$$

Questão 3. As fontes F_1 e F_2 contém duas buzinas que geram ruídos de frequências próprias f_1 e f_2 ($f_2 > f_1$), respectivamente. A fonte F_1 mantém-se em repouso, enquanto a fonte F_2 realiza um movimento harmônico simples de frequência f_m e amplitude A ao longo da reta que une os dois corpos. Um observador vizinho a F_1 registra um intervalo acústico entre os dois sons captados que varia de 5/4 até 3/2. Considere o tempo de propagação do som desprezível. Com base nas informações fornecidas, determine:

(a) o intervalo acústico entre f_1 e f_2;
(b) a relação entre f_m, A e a velocidade do som v_0.

Resolução:

a) 6 pontos

i)Aplicação do efeito Doppler: $f' = f_2 \frac{v_0}{v_0 - v_2}$.

ii) Casos extremos:

$$\frac{5}{4} = \frac{f_2}{f_1} . \frac{v_0}{v_0 + v_2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{f_2}{f_1} . \frac{v_0}{v_0 - v_2}.$$

iii) Sendo $I = f_2/f_1$, segue que I=15/11.

b) 4 pontos

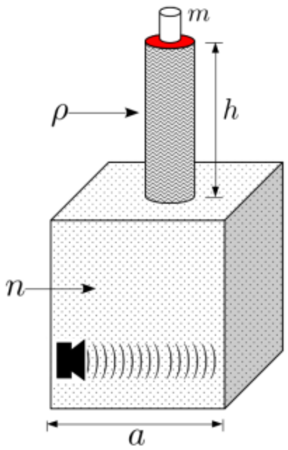
Do sistema de equações apresentado, segue que:

$$1 + \frac{v_2}{v_0} = \frac{4}{5} . \frac{15}{11} = \frac{12}{11}$$

$$\frac{v_2}{v_0} = \frac{1}{11} \rightarrow v_2 = \frac{v_0}{11}$$

Logo, a relação procurada é $2\pi f_m A = \frac{v_0}{11}$.

Questão 4. Considere um cubo de lado a, que contém n mols de um gás ideal em equilíbrio termodinâmico, sobre o qual é colocado um recipiente cilíndrico de altura h e raio r, completamente preenchido de um fluido de densidade ρ. O cilindro e o cubo são separados por uma membrana flexível. No topo do cilindro, há uma outra membrana flexível sobre a qual é colocada um corpo de massa m. Sabendo que a velocidade de propagação do som é v_0 a uma temperatura T_0, que a pressão atmosférica vale P_{atm} e que uma fonte sonora gera uma onda com frequência f no interior do cubo, determine:



(a) a temperatura do gás no interior do cubo;
(b) uma expressão para o comprimento de onda dessa onda no meio gasoso.

Resolução:

a) 6 pontos

i) Equação de Clapeyron $P_g V = nRT \rightarrow T = \frac{P_g a^3}{nR}$

ii) Pressão do gás $P_g = P_{atm} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho g h$

iii) Finalmente $T = \frac{a^3}{nR}\left(P_{atm} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho g h\right)$

b) 4 pontos $v = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}$

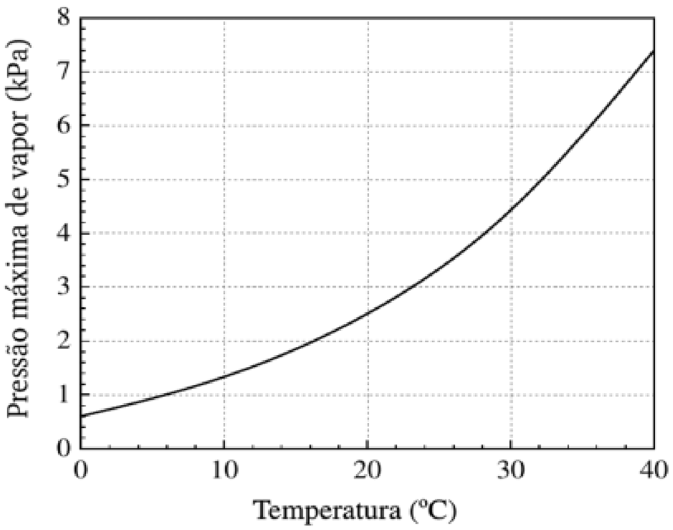
$$\lambda = \frac{v_0}{f} = \frac{v_0}{f}\sqrt{\frac{a^3\left(P_{atm} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho g h\right)}{nRT_0}}$$

Questão 5. Uma cidade localiza-se ao nível do mar, próxima à costa oceânica à oeste e a poucos quilômetros de uma cordilheira. Durante o dia, uma brisa constante úmida de ar flui da costa para a montanha. Um barômetro localizado na cidade indica uma pressão de 100 kPa a temperatura de 25°C. Por sua vez, um outro barômetro localizado no ponto mais alto da cordilheira indica uma pressão de 80 kPa. Considere que o calor específico molar do ar a volume constante vale $2R$. Se necessário, considere: $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}26$ e $\sqrt[3]{10} \approx 2{,}15$.

(a) Estime a temperatura no ponto mais alto da cordilheira em Kelvin.

(b) Considerando uma umidade relativa $\phi_0 = 50\ \%$ ao nível do mar e $\phi_1 = 10\ \%$ no ponto mais alto da cordilheira, estime o volume de água em m^3 que precipita por hora na trajetória da brisa entre a cidade e o pico se o fluxo médio de ar seco que alcança o topo da cordilheira for de $2,0 \times 10^9$ kg/h.

(c) Explique qualitativamente a razão pela qual desertos se formam no lado continental das cordilheiras



Resolução:

a) 4 pontos

(1 ponto) Identificar que o problema pode ser resolvido considerando que o ar sofre uma expansão adiabática.

(3 pontos) O ponto de partida para obter a temperatura final é usar a relação entre as variáveis termodinâmicas para a expansão adiabática: $p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2$. Usando essa expressão e a relação $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{3}{2}$, obtemos a expressão para temperatura $T_2 = T_1 \sqrt[3]{\frac{p_2}{p_1}}$. Substituindo valores e usando a aproximação proposta no enunciado para a raiz cúbica de dez, obtemos $T_2 = 277K$. Sugestão: considerar corretos valores entre 276 e 278 K.

b) 4 pontos

(2 pontos) Encontrar a relação entre o fluxo de massa de ar e o fluxo da massa de vapor. Primeiro obtemos a relação entre os fluxos em mols,

$\frac{n_{ar}}{n_{agua}} = \frac{\frac{M_{ar}}{m_{ar}}}{\frac{M_{agua}}{m_{agua}}} = \frac{M_{ar}}{M_{agua}}\frac{m_{agua}}{m_{ar}}$, onde m_{agua} e m_{ar} são as massas molares da água e do ar seco, e M_{agua} e M_{ar} os fluxos de massa. Usando a equação de estado dos gases ideias, deduzimos que $n_{ar} = \frac{(p_{tot}-p_{agua})}{RT}$ e $n_{agua} = \frac{p_{agua}}{RT}$. Substituindo essas duas equações na primeira relação obtemos o fluxo de massa de vapor d'água

$$M_{agua} = \frac{p_{agua}}{p_{tot}-p_{agua}}\frac{m_{agua}}{m_{ar}}M_{ar} \ .$$

(2 pontos) Calcular o fluxo de massa de vapor d'água ao nível do mar e na cordilheira.

$$M_{agua}^{(1)} = \frac{18\frac{g}{mol}}{29\frac{g}{mol}}0{,}5\frac{3kPa}{100kPa}2\cdot 10^9\frac{kg}{h} = 1{,}86\cdot 10^7\frac{kg}{h}$$

$$M_{agua}^{(2)} = \frac{18\frac{g}{mol}}{29\frac{g}{mol}}0{,}1\frac{3kPa}{100kPa}2\cdot 10^9\frac{kg}{h} = 0{,}12\cdot 10^7\frac{kg}{h}$$

A diferença resulta na estimativa da massa de água precipitada por unidade de tempo na trajetória do ar

$$\Delta M_{agua} = 1{,}74\cdot 10^7\frac{kg}{h} \text{ ou } 1{,}74 \,.\, 10^4\, m^3\,/h$$

Foram considerados corretos valores aproximados, entre $1{,}7.10^7$ kg/h e $2{,}0.10^7$ kg/h ($1{,}74\,.\,10^4\, m^3\,/h$ e $2{,}0\,.\,10^4\, m^3\,/h$), se o raciocínio estiver correto.

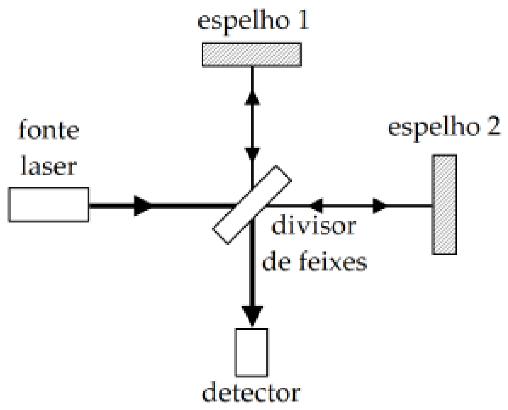
c) 2 pontos

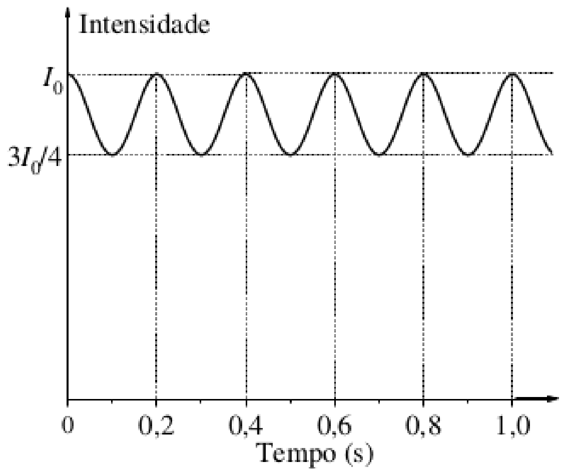
Pelo menos umas das razões/explicações a seguir precisa ser citada:

- A condensação da água na fase de expansão adiabática reduz a umidade do ar, fazendo com que o ar que chega ao topo da cordilheira e depois no continente seja seco, propiciando a formação de desertos;

- Do lado continental, o vento sofre uma compressão adiabática, aquecendo o ar e diminuindo sua umidade relativa.

Questão 6. O LIGO é um observatório de ondas gravitacionais baseado em interferômetros de Michelson-Morley. Considere um interferômetro no qual um feixe LASER monocromático de 300 nm é dividido em dois feixes que percorrem dois caminhos ópticos de 4,0 km. Quando uma onda gravitacional atravessa esse sistema com velocidade c, o espaço-tempo é perturbado. Esse efeito pode ser aproximado como movimentos harmônicos simples do espelho 1 e do espelho 2 ao longo dos caminhos ópticos de seus respectivos feixes incidentes. Enquanto um comprimento de um braço do interferômetro contrai, o outro se dilata na mesma amplitude. Durante a passagem da onda gravitacional, o sinal medido no detector, originalmente igual a I_0, passa a descrever um comportamento como o representado no gráfico abaixo.





Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Determine o comprimento de onda da onda gravitacional detectada.
(b) Qual a máxima variação do comprimento de cada braço do interferômetro?

Resolução:

a) 2 pontos.

O período da onda é T = 0,4 s. Em t=0 s, a soma dos sinais é máxima, de modo que os comprimentos dos braços devem ser iguais. Em t=0,1 s, a soma dos sinais é mínima, então um braço (1) está com seu comprimento máximo e o outro (2), está com comprimento mínimo. Em t=0,2 s os braços voltam a ter o mesmo comprimento. Em t=0,3 s, outro mínimo é observado, então o braço (2) está com comprimento máximo e o braço (1) com comprimento mínimo. O ciclo se repete a partir de t = 0,4 s. Logo, $\lambda_{OndaGravitacional} = 0{,}4\,c \;=\; 1{,}2\,x\,10^8\ m.$

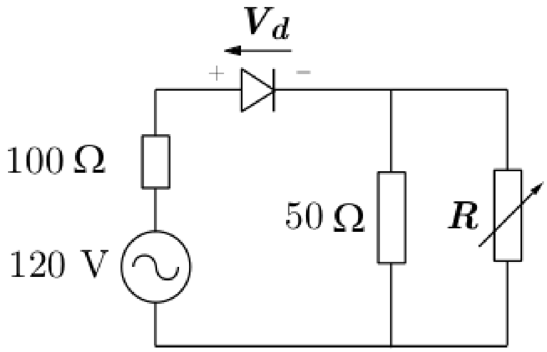
b) 8 pontos

(2 pontos) Na situação de mínimo da intensidade no interferograma, um braço tem seu comprimento máximo, $L_{max} = L - \Delta L$ e outro seu comprimento mínimo, $L_{min} = L + \Delta L$, onde $L_{min} = L + \Delta L$ é a máxima variação do braço que estamos interessados em calcular. A diferença de caminho óptico total será $\Delta L_{tot} = 4\Delta L$ e a diferença de fase $\Delta\phi = k\Delta L_{tot} = \frac{2\pi}{\lambda_{laser}} 4\Delta L$.

(4 pontos) A intensidade no ponto de mínimo pode ser calculada pela fórmula $I_{min} = \frac{I_0}{2}\left(1 + cos(\Delta\phi)\right)$, ou, alternativamente, $I_{min} = I_0 cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$. Considerando $I_{min} = \frac{3I_0}{4}$, temos que $\Delta\phi = \pi/3$.

(2 pontos) O valor da máxima variação do braço é obtido do resultado acima, $\Delta L = \Delta\phi.\lambda_{laser}/8\pi \ = 12{,}5nm$.

Questão 7. Considere o circuito ilustrado abaixo com uma fonte de corrente alternada senoidal de 60 Hz e tensão de pico de 120 V, um diodo ideal sujeito a uma diferença de potencial V_d, dois resistores, cujas resistências elétricas valem 50Ω e 100Ω, e um reostato de resistência variável R. Um diodo é um dispositivo eletrônico que permite a passagem de corrente em apenas um sentido ($V_d > 0$).



Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Descreva e esboce o gráfico da corrente $i(t)$ que atravessa o reostato quando este está configurado para oferecer uma resistência elétrica de $R = 25\Omega$.
(b) Determine o valor de R que proporciona uma transferência máxima de potência da fonte alternada ao reostato.

Resolução:

(a) 7 pontos

$$V(t) = 120sen(\omega t) = 120sen(2\pi f t)$$

período $= \frac{1}{60}s$ (1 ponto)

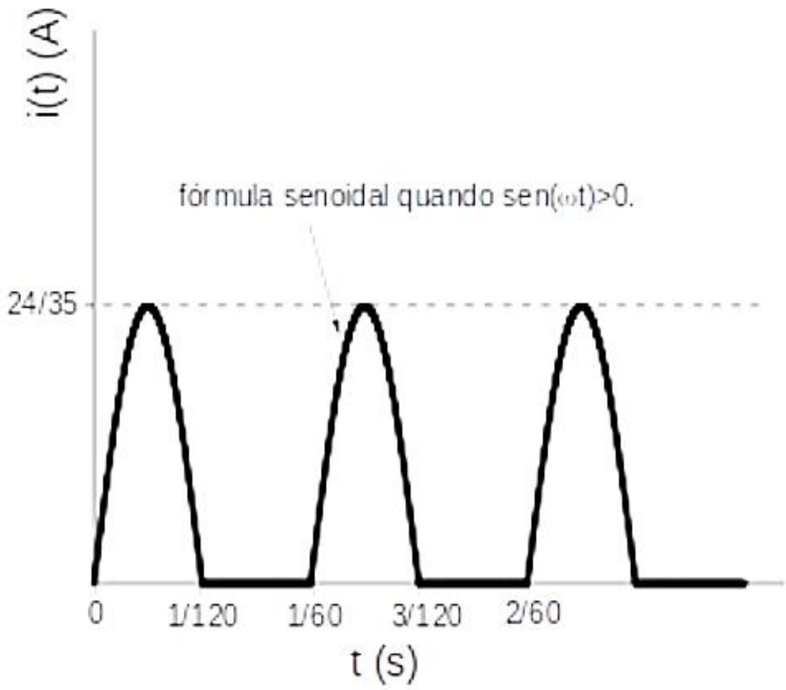
Se R=25Ω, a resistência equivalente do circuito será:

$R_{eq} = 100 + \frac{50}{3} = \frac{350}{3}$ (1 ponto)

Divisor de corrente 1:2:

$I_R = \frac{2}{3}\frac{V(t)}{R_{eq}}$ (2 pontos)

Gráfico: [completo com escalas: 3 pontos, dividido: forma da curva correta = 1 ponto; escala do tempo correta = 1 ponto, escala da corrente correta = 1 ponto] IMPORTANTE: (a) resposta sem desenvolvimento, mas gráfico correto, recebe apenas os 3 pontos do gráfico. (b) forma do gráfico incorreta = 0.



(b) 3 pontos

Solução 1:

Aplicando o Teorema de Thevenin para terminais do resistor R:

$V_{eq} = 40V$ e $R_{eq} = \frac{100}{3}\Omega$ (Teorema de Thevenin)

O sistema equivalente dessa troca consiste em um gerador com força eletromotriz V_{eq} e resistência interna R_{eq}, em série com um resistor R. A condição de máxima transferência desse sistema acontece quando há um casamento de resistências interna e externa, isto é,

$R_{otim} = R_{eq} = \frac{100}{3}\Omega$ **(3 pontos para Thevenin com resposta correta)**

Solução 2: A resistência equivalente vista pela fonte de tensão alternada é dada por

$$R_{eq} = 100 + \frac{50R}{50+R} = \frac{5000+150R}{50+R}.$$

Amplitude da corrente alternada na fonte de tensão:

$$I_0 = \frac{120}{R_{eq}} = 120 \cdot \frac{50+R}{5000+150R}.$$

Corrente que passa através do resistor R:

$$I_R = \frac{50}{50+R} I_0 = \frac{6000}{5000+150R}$$

Potência dissipada no resistor R:

$P_R = R\, {I_R}^2 = \frac{R\,(6000)^2}{(5000+150R)^2}$ (2 pontos)

Maximizar P_R é equivalente a minimizar a quantidade

$$\frac{(5000+150R)^2}{R} = 150^2\,R \;+\; 2.5000.150 \;+\; \frac{5000^2}{R},$$

cujo apenas o primeiro e o terceiro dependem de R.

A minimização pode ser feita sem o uso de cálculo diferencial utilizando o resultado conhecido de desigualdade entre as médias aritmética e geométrica

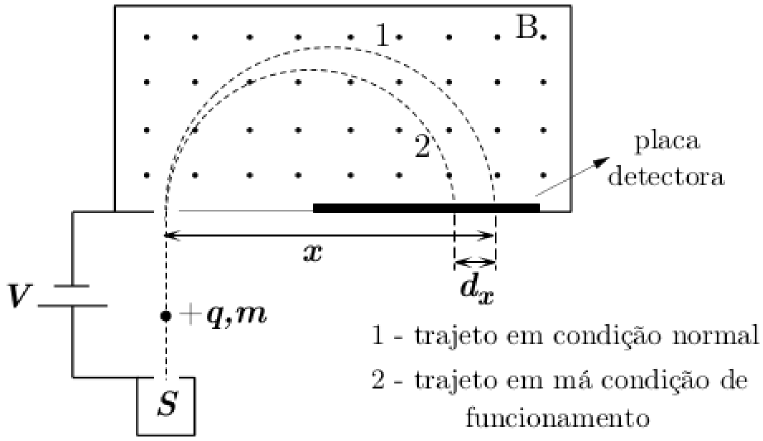
$$\frac{1}{2}\left(\,150^2\,R \;+\; \frac{5000^2}{R}\right) \;\geq \sqrt{150^2 \cdot (5000)^2},$$

com condição de igualdade, e, portanto, minimização quando

$150R \;=\; \frac{5000^2}{R} \;\Rightarrow\; R = 100/3\;\Omega$ (1 ponto)

Questão 8. Em um espectrômetro de massa, íons de massa m e carga q são acelerados de uma fonte S até uma fenda por uma diferença de potencial elétrico V. Assim que atravessam a fenda, acessam uma câmara na qual existe um campo magnético uniforme $B\hat{z}$, perpendicular ao plano ilustrado pela figura abaixo. Em condições normais de funcionamento, os íons entram na câmara com velocidade perpendicular ao anteparo e têm o movimento completamente contido no plano da figura até atingir a placa detectora a uma distância horizontal x da fenda de entrada.
Contudo, verificou-se um desvio horizontal d_x nos valores esperados de suas medidas, resultando em uma distância $x - d_x$, associada a uma elevação vertical do ponto de detecção de d_z. Suspeita-se que as partículas carregadas tenham uma componente de velocidade vertical de tal forma que a velocidade de entrada das mesmas faz um ângulo α com a direção normal ao anteparo. Assumindo essas considerações, calcule:

(a) $\cos\alpha$ em termos de d_x, B, q, m e V;
(b) a distância d_z em termos de B, q, m, V e α.



Resolução:

(a) 7 pontos

Utilizando o princípio de conservação de energia, a velocidade com que os íons alcançam a fenda é:

$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ (2 pontos)

Se a partícula alcança a fenda com um ângulo α com relação a horizontal, então:

$v_{vertical} = \sqrt{\frac{2qV}{m}} sen\alpha$ e $v_{horizontal} = \sqrt{\frac{2qV}{m}} cos\alpha$

O alcance horizontal da partícula considerando o ângulo α:

$x_d = \sqrt{\frac{8mv}{B^2 q}} cos\alpha$

Em condição normal de funcionamento, α = 0, logo:

$x = \sqrt{\frac{8mv}{B^2 q}}$ (1 ponto)

Cálculo do desvio: $x_d = x - d_x$

$d_x = \sqrt{\frac{8mv}{B^2q}}(1 - cos\alpha)$, (2 pontos)

logo: $cos\alpha = 1 - d_x\sqrt{\frac{B^2q}{8mv}}$. (2 pontos)

(b) 3 pontos

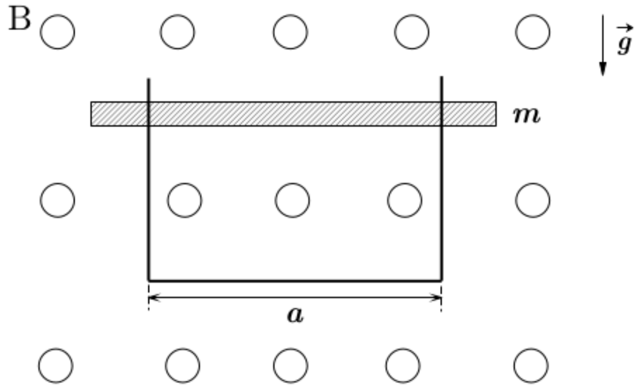
Sabendo que o desvio vertical é dado por:

$d_z = v_{vertical}.\Delta t$, (1 ponto) onde $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{mq}$

Logo: $d_z = \frac{\pi m}{qB}\sqrt{\frac{2qv}{m}} sen\alpha$ ou $d_z = \frac{\pi}{B}\sqrt{\frac{2mv}{q}} sen\alpha$.(2 pontos)

Questão 9. Considere uma haste condutora móvel de massa m e resistência R sobre trilhos fixos condutores em forma de U, conforme a figura abaixo. Esse sistema está em uma região com campo magnético $\vec{B}$ uniforme e perpendicular ao plano do trilho. Em um determinado instante, a haste é solta do repouso e cai sob a influência da gravidade $\vec{g}$ e de uma força de resistência do ar, proporcional à sua velocidade, $\vec{F}_r = -\alpha\vec{v}$. Considerando que a resistência da haste é muito maior que a resistência do trilho, faça o que se pede.

(a) Forneça o diagrama de forças que atuam na haste e indique suas intensidades.
(b) Determine a velocidade terminal da haste.
(c) Esboce o gráfico da velocidade $v(t)$.



Resolução:

a) 3 pontos

O Peso aponta para baixo e as Forças de Resistência do Ar e Magnética para cima.

Força de resistência do ar: $F_r = \alpha v$; Força magnética: $F_M = IBa$; Peso: $P = mg$

b) 4 pontos

Após atingir a velocidade limite, usamos a lei de Faraday-Lenz

$\phi = BS = Bay \; \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = Bav = -U$; $P = \frac{U^2}{R}$, é a potência dissipada.

Usando a Conservação de Energia, temos que $P\Delta t + \alpha v\Delta h = mg\Delta h$, onde Δh é uma distância percorrida em um intervalo de tempo Δt. Dividindo essa equação por Δt, obtemos a velocidade limite como:

$$v = \frac{mgR}{\alpha R + B^2a^2}$$

c) 3 pontos

O gráfico deve sair da origem, ter concavidade negativa e se aproximar de uma assíntota, que representa a velocidade limite.

Questão 10. Uma placa metálica é iluminada com radiação de diferentes comprimentos de onda a fim de coletar fotoelétrons. Os elétrons emitidos são desacelerados por uma diferença de potencial, e os potenciais de corte para os quais a corrente elétrica deixa de ser detectada para cada comprimento de onda isolado são apresentados na tabela a seguir.

λ (Å)	V_c (V)
250	37
150	70
110	100
50	235

Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Determine, em eV, a função trabalho da placa metálica.
(b) Em seguida, foi utilizada uma lâmpada de hidrogênio para iluminar a mesma placa metálica. Determine de quais saltos quânticos dos elétrons do átomo de H é possível obter radiação capaz de emitir fotoelétrons da placa metálica considerada.

Resolução:

a) 5 pontos

$V_c = \frac{h}{e}\frac{c}{\lambda} - \frac{W}{e}$. Substituindo por 2 pontos da tabela, obtemos um sistema de equações. Ao resolver, obtemos $\frac{W}{e} = 12{,}5eV$.

b) 5 pontos

O espectro de energia do Hidrogênio é:

$$E_\gamma = E_i - E_f = -13{,}6\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right)$$

Para emitir fotoelétrons as transições devem satisfazer

$13{,}6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) > 12{,}5$, com $n_i > n_f$

i) Para $n_f = 1$, temos que $n_i > 4$

ii) Para n_f maior ou igual a 2, temos que $n_i^2 < \frac{13{,}6}{12{,}5 - \frac{13{,}6}{n_f^2}}$. Note que essa expressão tem um valor máximo para $n_f = 2$. Substituindo para o valor máximo ($n_f = 2$), obtemos $n_i^2 < 1{,}49$. Como n_i deve ser maior que n_f não há solução para esse caso.

Assim, as soluções possíveis são para $n_f = 1$ e $n_i > 4$