Estratégia Militares

Correção

Prova CN 2022

Modelo Verde

Prof. Victor So

Prova Resolvida

1. (CN/2022)

Dado um triângulo equilátero ABC, de lado x, e sabendo que M é o ponto médio de $\overline{BC}$ é INCORRETO afirmar que:

a) $\overline{AM} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

b) o triângulo ABC é, também, um triângulo isósceles.

c) a altura (h) do triângulo ABC é mediana e bissetriz.

d) a área do triângulo ABC corresponde a expressão $\frac{\sqrt{\sqrt{9x^8}}}{\sqrt[3]{64}}$.

e) a altura (h) do triângulo ABC é igual a $\frac{x\sqrt{3}}{4}$.

Comentários

a) Verdadeira. No triângulo equilátero, temos que a mediana também é altura, logo $AM = x\sqrt{3}/2$.

b) Verdadeira. Um triângulo equilátero também é isósceles.

c) Verdadeira. A altura de um triângulo equilátero é mediana e bissetriz interna.

d) Verdadeira. A área de um triângulo equilátero de lado x é:

$$A = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

A expressão dada é:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{9x^8}}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{\sqrt{3x^4}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2^2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

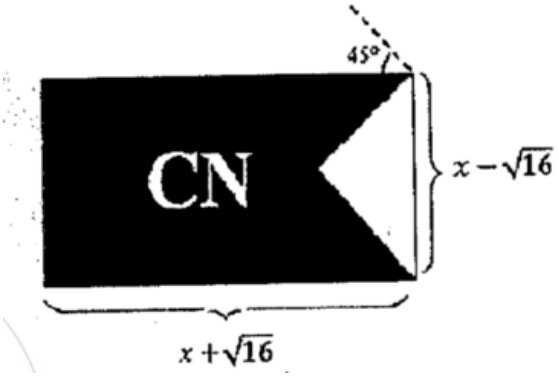
e) Falsa. A altura do triângulo equilátero é $x\sqrt{3}/2$.

Gabarito: E

---

2. (CN/2022)

O barrete de adaptador é objeto, com forma retangular, de desejo de muitos alunos do 3º ano escolar do Colégio Naval. Observando a imagem e as informações contidas nela, assinale a opção que contém o perímetro da parte branca da figura, sendo conhecida a área retangular: 48 mm^2.



a) $8(\sqrt{2}+2)\ mm$

b) $4(\sqrt{3}+2)\ mm$

c) $(\sqrt{2}+2)\ mm$

d) $4(\sqrt{3}+1)\ mm$

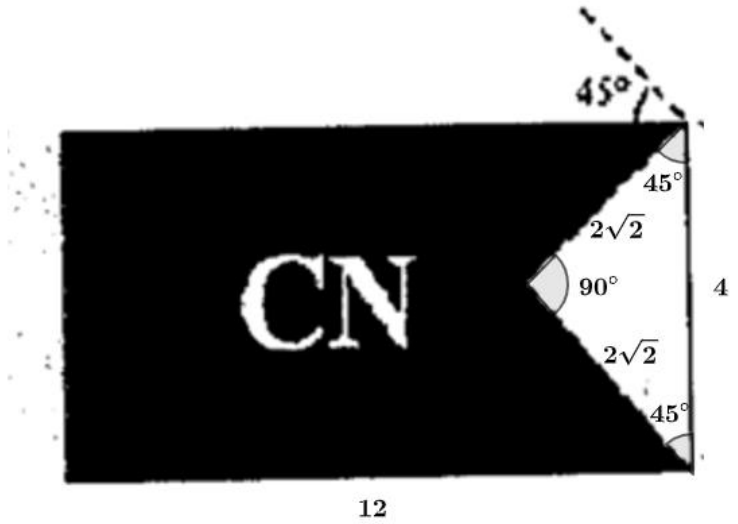
e) $4(\sqrt{2}+1)\ mm$

Comentários

A área do retângulo é

$$A = (x-\sqrt{16})(x+\sqrt{16}) = 48$$
$$x^2 - 16 = 48$$
$$x^2 = 64$$
$$x = 8$$

Supondo que o triângulo branco é retângulo isósceles, temos:



O perímetro é

$$2p = 4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4(\sqrt{2}+1)$$

*Nessa questão não é possível concluir que o triângulo branco é retângulo e isósceles, pois o desenho poderia estar fora de escala, sendo possível termos, por exemplo, um triângulo com ângulos internos de $30°, 30°$ e $120°$ ou $45°, 105°$ e $30°$. O aluno teria que supor que o ângulo de $45°$ indica justamente o ângulo interno dos vértices do retângulo dado.

Gabarito: E*

---

4. (CN/2022)

Se X_1 e X_2 são os raios de duas circunferências, Y_1 e Y_2, respectivamente, com $X_1 > X_2$, e sendo Z a distância entre Y_1 e Y_2, o número de pontos de interseção entre Y_1 e Y_2. quando $Y_1 - Y_2 < Z < Y_1 + Y_2$, será igual a:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentários

A questão menciona $Y_1 - Y_2 < Z < Y_1 + Y_2$, mas Y_1 e Y_2 são as circunferências e não seus raios, o que torna um absurdo essa desigualdade, logo não é possível resolvê-la.

Supondo que Z é a distância entre os centros das circunferências e que a desigualdade fosse

$$X_1 - X_2 < Z < X_1 + X_2$$

Teríamos a definição de circunferências secantes e, com isso, 2 pontos de interseção.

Gabarito: C*

---

8. (CN/2022)

Em um triângulo equilátero (Δ) com vértices A, B e C, marca-se os pontos médios D, E e F dos segmentos $\overline{DE}, \overline{DF}$ e $\overline{EF}$, respectivamente. Dos segmentos $\overline{DE}, \overline{DF}$ e $\overline{EF}$, marca-se, novamente, os pontos médios H, I e G. Sabendo que a área da figura plana formada pelos segmentos $\overline{HI}, \overline{HG}$e $\overline{IG}$ é $25\sqrt{3}\ cm^2$, assinale a opção que apresenta a quantidade de item ou itens INCORRETO(S).

I- A razão entre a altura (x) da figura plana formada pelos segmentos $\overline{HI}, \overline{HG}$ e $\overline{IG}$ e a altura (X) do triângulo formado pelos segmentos $\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$ é igual a 1/4.

II- A soma dos perímetros (Δ) ABC, (Δ) DEF e (Δ)HIG é um múltiplo de 7.

III- O lado do (Δ) HIG vale 25cm.

IV- A área do (Δ) BDF é quatro vezes maior que a área do (Δ) ADE.

a) Zero.

b) Um.

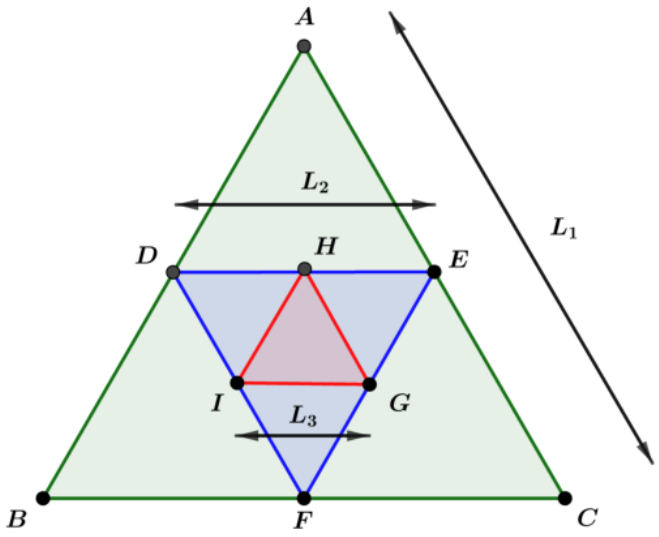
c) Dois.

d) Três.

e) Quatro.

Comentários

Desenhando a figura, temos:



Os triângulos ABC, DEF e HIG são equiláteros semelhantes e seus lados medem L_1, L_2 e L_3, respectivamente. Calculando o valor de L_3:

$$[HIG] = \frac{L_3^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \Rightarrow L_3^2 = 100 \therefore L_3 = 10$$

A razão de semelhança entre os triângulos ABC e DEF, e DEF e HIG é $1/2$, logo:

$$L_2 = 2L_3 = 20$$

$$L_1 = 2L_2 = 40$$

Disso temos que se x é a altura de HIG e X é a altura de ABC:

$$\frac{x}{X} = \frac{L_3}{L_1} = \frac{L_3}{4L_3} = \frac{1}{4}$$

Analisando os itens:

I) Correto.

II) Correto. A soma dos perímetros é:

$$S = 3L_1 + 3L_2 + 3L_3 = 3(10 + 20 + 40) = 3(70) = 210$$

Que é múltiplo de 7.

III) Falso. O lado de HIG é 10 cm

IV) Falso. As áreas dos triângulos BDF e ADE são iguais.

Portanto apenas duas são incorretas.

Gabarito: C

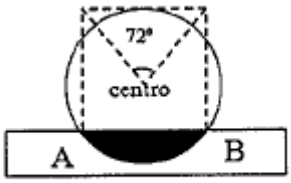
---

9. (CN/2022)

A figura 1 retrata um dos símbolos mais tradicionais da Marinha do Brasil. Ele é utilizado nos uniformes dos oficiais da armada e faz referência à volta que o Almirante Nelson, oficial inglês, levava em um pequeno cabo amarrado à manga de seu dólmã.

Uma costureira, na confecção de uniformes, o reproduziu como uma combinação de duas figuras geométricas: um círculo e um retângulo, figura 2. Assinale a opção que contenha o valor da área hachurada, sabendo que o diâmetro do círculo, figura 2, é igual a 20 mm e que $\overline{AB}$ vale 12 mm.

(figura 1)



(figura 2)

a) $2(2\pi - 5)$

b) $3(5\pi - 10)$

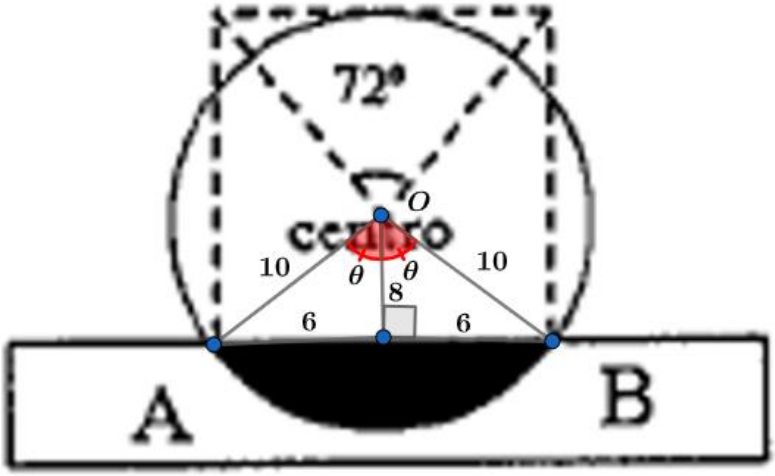
c) $4(5\pi - 12)$

d) $5(2\pi - 3)$

e) $6(4\pi - 5)$

Comentários

Como o diâmetro mede 20 mm, temos que o raio é 10 mm, logo:



Por Pitágoras, concluímos que a altura do triângulo isósceles AOB é 8.

A área do segmento circular é dada por:

$$A = \frac{2\theta}{2\pi}\pi 10^2 - 8 \cdot \frac{12}{2}$$

$$A = 100\theta - 48$$

Note que a figura apresenta o ângulo de 72° na circunferência. Analisando o triângulo retângulo de medidas 6, 8 e 10, temos:

$$\cos\theta = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

Mas sabemos que

$$\cos 36° = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \cong \frac{2{,}2+1}{4} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8$$

Logo, podemos afirmar que $\theta \cong 36° = \frac{\pi}{5}$. Substituindo:

$$A = 100\left(\frac{\pi}{5}\right) - 48$$

$$A = 20\pi - 48$$

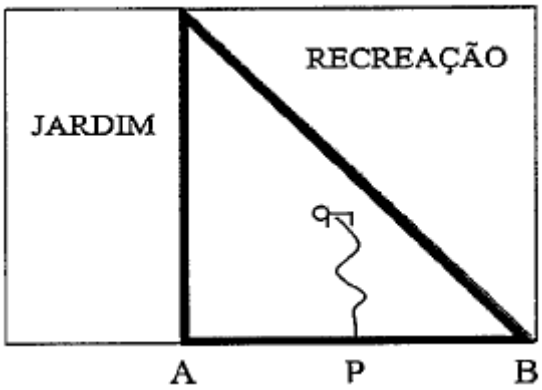
$$A = 4(5\pi - 12)$$

Gabarito: C

---

17. (CN/2022)

Um animal de estimação foi preso a uma corda de 3m em um poste P de uma praça que contém região reservada para animais de estimação delimitada entre o jardim e espaço de recreação, conforme a figura abaixo. Se a corda possui o mesmo tamanho de $\overline{AP}$ e $\overline{PB} = \overline{AP}$, o valor da área em que o animal consegue se deslocar é:



a) $\frac{9}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

b) $9(\pi+2)$

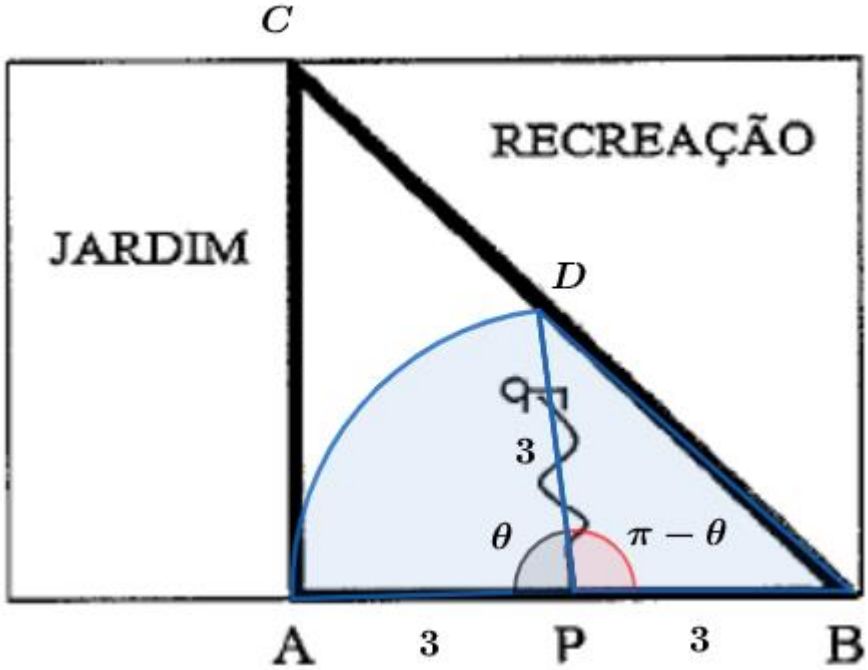
c) $\frac{9\pi}{4}$

d) $\frac{9}{2}$

e) $\frac{9}{4}(\pi+1)$

Comentários

Supondo que a região delimitada seja um triângulo retângulo, pela figura temos que:



A área que o animal conseguirá se deslocar é igual à soma das áreas do setor circular PAD e do triângulo PBD, logo:

$$A = \frac{\theta}{2\pi}\pi 3^2 + \frac{3 \cdot 3 \cdot sen(\pi - \theta)}{2}$$

$$A = \frac{9\theta}{2} + \frac{9 \cdot sen(\theta)}{2}$$

$$A = \frac{9}{2}(\theta + sen\,\theta)$$

Como não sabemos a medida do lado AC e do lado BC, não é possível concluir a área da região, dado que ela ficará em função de θ. Pelo gabarito preliminar, supõe-se que o ângulo é de $\frac{\pi}{2}$:

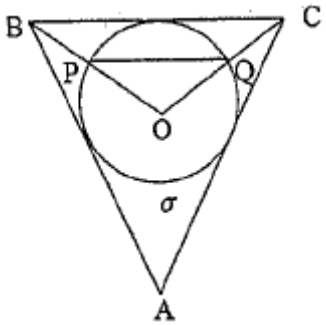
$$A = \frac{9}{2}\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)$$

Gabarito: A*

---

20. (CN/2022)

Na figura abaixo, O é o ponto de encontro das bissetrizes do ΔABC e centro da circunferência σ. Sabendo que o $B\hat{O}C$ é o dobro de $B\hat{A}C$ e que o $PQ = 10\sqrt{3}$ cm, qual é o comprimento de $\widehat{PQ}$?



a) $\frac{5\pi}{6}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

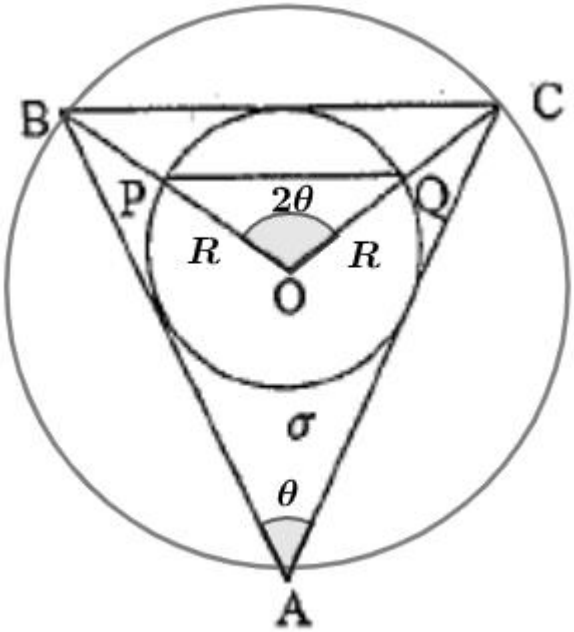
c) $\frac{\pi}{3}$

d) $\frac{20\pi}{3}$

e) $\frac{15\pi}{6}$

Comentários

Desenhando uma circunferência circunscrita ao ΔABC e inserindo as informações do enunciado:



Perceba que O é o centro da circunferência circunscrita, pois temos o ângulo central $B\hat{O}C = 2\theta$ e o ângulo inscrito $B\hat{A}C = \theta$. O é circuncentro e incentro e, portanto, temos que o ΔABC deve ser equilátero com $\theta = 60°$. Calculando o raio R pela lei dos cossenos:

$$PQ^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 120°$$

$$PQ^2 = 2R^2 - 2R^2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$PQ^2 = 3R^2$$

$$PQ = R\sqrt{3}$$

$$R\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \therefore R = 10$$

Calculando a medida do arco:

$$PQ = \left(\frac{120}{360}\right) \cdot 2\pi(10)$$

$$PQ = \frac{20\pi}{3}$$

Gabarito: D