Estratégia Militares

EAM 2022

Prova Comentada

Prof. Ismael Santos

PROVA EAM 2022 - MATEMÁTICA

16. Dadas as progressões aritméticas $\mathbf{A}: (\mathbf{2}, \mathbf{x}, \mathbf{8})$, $\mathbf{B}: (\mathbf{5}, \mathbf{y}, \mathbf{11})$ e $\mathbf{C}: (\mathbf{8}, \mathbf{z}, \mathbf{14})$. Determine a soma dos seis primeiros termos da PA $(x, y, z \ldots)$ e marque a opção correta.

a) 15

b) 24

c) 33

d) 65

e) 75

Comentário:

Para cada uma das progressões, podemos escrever que:

$$\frac{2+8}{2} = x \rightarrow x = 5$$

$$\frac{5+11}{2} = y \rightarrow y = 8$$

$$\frac{8+14}{2} = z \rightarrow z = 11$$

Assim, a nova progressão é:

$$5,8,11,14,17,20 \ldots$$

Assim, a soma dos 6 termos é:

$$5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 = 75$$

Gabarito: E

---

17. Dada a equação $\frac{p^q - p^{-q}}{p^q + p^{-q}} = r$, onde $q \in \mathbb{R}$ e $0 < p \neq 1$, o valor de p^{2q} é:

a) $\frac{1-r}{r+1}$

b) r

c) $\frac{r+1}{1-r}$

d) $r + 1$

e) $r - 1$

Comentário:

Reescrevendo a expressão, temos:

$$\frac{p^q - \frac{1}{p^q}}{p^q + \frac{1}{p^q}} = r \rightarrow \frac{p^{2q} - 1}{p^{2q} + 1} = r \rightarrow p^{2q} - 1 = r(p^{2q} + 1)$$

$$p^{2q} - 1 = r \cdot p^{2q} + r \cdot 1$$

$$p^{2q} - r \cdot p^{2q} = r + 1$$

$$p^{2q}(1 - r) = r + 1$$

$$\rightarrow p^{2q} = \frac{1 + r}{1 - r}$$

Gabarito: C

---

18. Determine o cosseno de $1935^{\underline{o}}$ e marque a opção correta.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) 1

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

e) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Comentário:

Primeiro, devemos encontrar qual o ângulo equivalente ao 1935. Dessa forma, devemos ver quantas voltas damos no círculo trigonométrico:

$$\frac{1935}{360} = 5{,}375 \rightarrow 1935 - 5.360 = 1935 - 1800 = 135$$

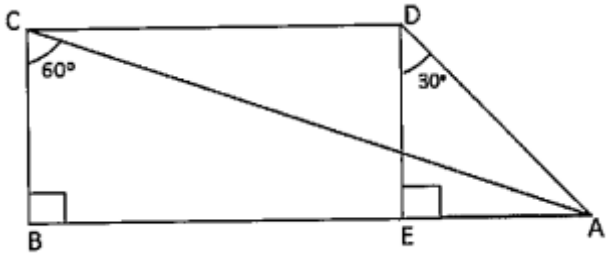
Assim:

$$\cos 1935 = \cos 135 = -\cos 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Gabarito: E

---

19. Encontre a medida do segmento $\overline{CD}$ na figura abaixo, sabendo que $BCDE$ é um retângulo e $\overline{BA} = 75\ cm$, e marque a opção correta.



a) 25 cm

b) $25\sqrt{3}$ cm

c) 50 cm

d) 75 cm

e) $75\sqrt{3}$ cm

Comentário:

Pela expressão da tangente do ângulo de 60, temos:

$$\tan 60 = \frac{BA}{CB} = \frac{75}{CB} = \sqrt{3} \rightarrow CB = 25\sqrt{3}\ cm$$

Agora, como se trata de um retângulo, temos:

$$CB = DE = 25\sqrt{3}\ cm$$

Agora, pelo triângulo ADE, temos:

$$\tan 30 = \frac{EA}{DE} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{EA}{25\sqrt{3}} \rightarrow EA = 25$$

Por fim, temos:

$$BE = CD = 75 - 25 = 50\ cm$$

Gabarito: C

---

20. Encontre o valor de K para que o resto da divisão de $P(x) = 5x^2 - 4kx + 2$ por $2x - 6$ seja 5, e marque a opção correta.

a) $\frac{9}{2}$

b) $\frac{7}{2}$

c) $\frac{11}{2}$

d) $\frac{10}{2}$

e) $\frac{12}{2}$

Comentário:

Pela expressão de divisão de polinômios, temos:

$$P(x) = Q(x).D(x) + R(x)$$

Como queremos que o resto seja sempre igual a 5, basta utilizarmos o valor da raiz de $D(x)$. Assim:

$$D(x) = 2x - 6 \rightarrow D(x) = 0 \rightarrow x = 3$$

Assim:

$$P(3) = 5 \rightarrow 5.9 - 12k + 2 = 5 \rightarrow k = \frac{42}{12} = \frac{7}{2}$$

Gabarito: B

---

21. Determine o valor do $log_{3\sqrt{3}}\, 27$ e marque a opção correta.

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

Comentário:

Transformando tudo para a base 3, temos:

$$\log_{3\sqrt{3}} 27 = \log_{3^{\frac{3}{2}}} \; 3^3$$

$$\rightarrow \frac{3}{\frac{3}{2}}.\log_3 3 = 2$$

Gabarito: D

---

22. A soma dos ângulos internos do polígono que possui o número de lados igual ao número de diagonais é:

a) 90º

b) 180º

c) 540º

d) 560º

e) 720º

Comentário:

Sabemos que a expressão para determinar as diagonais de um polígono de n lados é dada por:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

Assim, como o número de diagonais é igual ao número de lados, temos:

$$n = \frac{n(n-3)}{2} \rightarrow n - 3 = 2 \rightarrow n = 5 \text{ ou n} = 0$$

Ainda, sabemos que a soma dos ângulos internos de um polígono de n lados é dado por:

$$180.(n-2)$$

Portanto:

$$S = 180.(5-2) = 180.3 \rightarrow 540º$$

Gabarito: C

---

23. Assinale a opção que contém o número de anagramas da palavra APRENDIZ.

a) 40300

b) 40320

c) 40330

d) 40340

e) 40350

Comentário:

O número de anagramas da palavra APRENDIZ é dado pela permutação simples das letras, pois não há nenhuma letra repetida e nenhuma condição para os anagramas. Assim, temos:

$$8! = 40320$$

Gabarito : B

---

24. Em uma loja de eletrônicos, um aparelho de $R\$\ 1450,00$, na virada do mês, passou a custar $R\$\ 1740,00$. O preço desse aparelho teve um aumento de:

a) 20%

b) 25%

c) 30%

d) 35%

e) 40%

Comentário:

Para sabemos o aumento percentual, temos:

$$\frac{1740 - 1450}{1450} = 0{,}2 \rightarrow 20\%$$

Gabarito: A

---

25. Em uma cidade, a população têm sido contaminada pelo novo $Sars - coV - 2$.Suponha que o número de contaminados pelo vírus seja dado pela função $f(x) = \left(10 - \frac{1}{2^x}\right).10000$, onde x representa a quantidade de meses. Assinale a opção que apresenta o número de contaminados, nessa cidade, no terceiro mês.

a) 98000

b) 98700

c) 98720

d) 98750

e) 98950

Comentário:

Para encontrar o número de contaminados no terceiro mês, devemos substituir o valor de $x = 3$ na expressão da função:

$$f(3) = \left(10 - \frac{1}{8}\right).10000$$

$$\rightarrow f(3) = \frac{79}{8}.10000 = 98750$$

Gabarito: D

---

26. (Adaptada) Se as matrizes $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$ e $C = (c_{ij})$, ambas quadradas e de 3ªordem, estão definidas:

$$A = \begin{cases} i^j, se\ i > j \\ i + j, se\ i = j, \\ -i, se\ i < j \end{cases} B = b_{ij} = i^2\ e\ C = A + B$$

Nesse caso, o cofator de C_{32} é:

a) -18

b) -6

c) -1

d) 6

e) 18

Comentário:

Inicialmente, vamos montar as três matrizes, seguindo as leis de formação:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 9 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = A + B$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 8 & 2 \\ 12 & 18 & 15 \end{bmatrix}$$

Para o cofator de C_{32}:

$$Cof(C_{32}) = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = -6$$

Obs.: perceba que, já no enunciado, eu indico a adaptação da questão. Motivo: a notação que foi apresentada na prova da matriz B não existe. A título de recordação, assim estava:

$$\boldsymbol{b_{ij=i^2}}$$

É fácil notar que houve um erro de digitação. A igualdade ocorreu não em relação ao elemento, mas sim, em relação ao subíndice de b. Certamente deixou muito aluno confuso na hora da prova. Vale ressaltar que identificar possíveis erros e desconsiderá-los para fins de resolução não é objeto de uma questão de prova como o da EAM, por esse motivo, indico a anulação deste item de prova.

Gabarito: B (cabe recurso para anulação do item)

---

27. Dada a função exponencial $f(x) = a^x$, a respeito de suas características é correto afirmar que a função é:

a) Decrescente para a base a maior que 1 ($a > 1$).

b) Crescente para x maior que 0.

c) Crescente se a base a for igual a 1 ($a = 1$)

d) Crescente para x maior que 0 e menor que 1. $(0 < x < 1)$

e) Decrescente para a base a maior que 0 e menor que 1. $(0 < a < 1)$

Comentário:

Como a função é exponencial, devemos considerar os casos em que a base (a) é maior ou menor que 1. Nesse caso, quando menor que 1 e maior que 0, a função é decrescente e quando maior que 1 é crescente. Assim a única alternativa correta é a letra E

Gabarito: E

---

28. Para qualquer a real, a expressão: $4^a + 4^{a+1} + (4^a.16) + 4^{a+3} + 4^a.256 + 4^{a+5}$ é equivalente a:

a) $4^{6a} + 15$

b) $4^a + 15$

c) 1365^a

d) 1365.4^a

e) 1365^{2a}

Comentário:

Da expressão, temos:

$$4^a(1 + 4 + 16 + 4^3 + 256 + 4^5)$$

$$\rightarrow 4^a(1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5) = 4^a.\frac{4^6 - 1}{3} = 1365.4^a$$

Gabarito: D

---

29. Uma pesquisa de mercado sobre o consumo de três marcas de café A, B e C, apresentou os seguintes resultados:

- **60% consomem o produto A;**
- **51% consomem o produto B;**
- **15% consomem o produto C;**
- **5% consomem os três produtos;**
- **11% consomem os produtos A e B; e**
- **10% consomem os produtos B e C.**

Qual é o percentual relativo à quantidade de pessoas que consomem, simultaneamente, os produtos A e C sem consumir o B?

a) 3%

b) 5%

c) 7%

d) 9%

e) 11%

Comentário:

Podemos interpretar a questão como conjuntos. Dessa forma, queremos:

$$n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

Assim, temos também que:

$$n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C)$$

Do enunciado:

$$n(A) = 60$$
$$n(B) = 51$$
$$n(C) = 15$$
$$n(A \cap B \cap C) = 5$$
$$n(A \cap B) = 11$$
$$n(B \cap C) = 10$$

Assim:

$$n(A \cup B \cup C) = 100$$
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$
$$100 = 60 + 51 + 15 - 11 - 10 - n(A \cap C) + 5$$
$$\rightarrow 100 = 110 - n(A \cap C) \rightarrow n(A \cap C) = 10$$

Para $n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$:

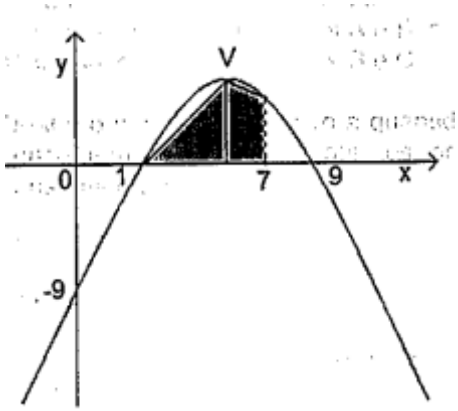
$$n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C) = 10 - 5 = 5\%$$

Obs.: a questão poderia deixar explícito que todos os pesquisados indicaram o consumo de ao menos uma marca de café. Essa afirmação não daria margem para uma outra interpretação. De todo modo, não interfere na resolução do item.

Gabarito: B

---

30. Determine a área hachurada, no gráfico abaixo, sabendo que V é o vértice da parábola, e marque a opção correta.



a) 40

b) 50

c) 60

d) 70

e) 80

Comentário:

Pela parábola, temos que as raízes são 1 e 9. O vértice é exatamente no meio, logo:

$$V_x = \frac{1+9}{2} = 5$$

$$f(x) = -(x-1).(x-9) \rightarrow f(5) = V_y$$

$$\rightarrow V_y = -4.(-4) = 16$$

$$f(7) = (-6).(-2) = 12$$

Dessa forma, a área é:

$$\frac{4.16}{2} + \frac{16+12}{2}.2 = 32 + 28 = 60$$

Obs.: a questão poderia deixar explícita a unidade de medida da resposta, como exemplo, em unidades de área. De todo modo, não interfere na resolução do item.

Gabarito: C